Государственное бюджетное
профессиональное образовательное учреждение
«Кунгурский сельскохозяйственный колледж»

Методические рекомендации
по организации и выполнениюпрактических занятий

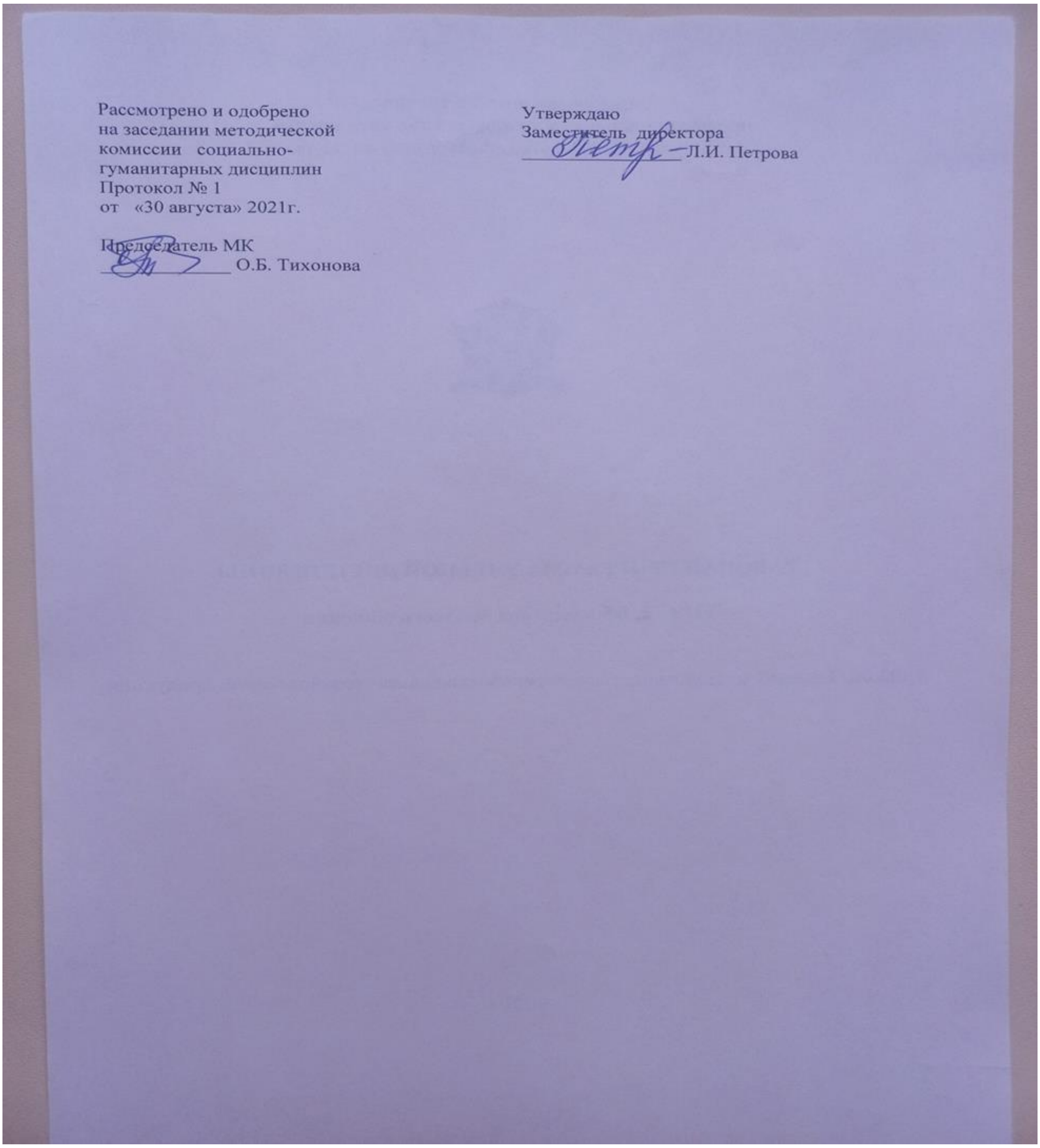
по учебной дисциплине

ОУД.04 МАТЕМАТИКА

по специальности

35.02.06 Технология производства и переработкисельскохозяйственной продукции

2021г.


Рассмотрено и одобрено
на заседании методической
комиссии социально-
гуманитарных дисциплин
Протокол № 1
от «30 августа» 2021г.

Председатель МК
_____________ О.Б. Тихонова

Утверждаю
Заместитель директора
_____________ Л.И. Петрова

Методические рекомендации по организации и выполнению практических занятий по ОУД.04 МАТЕМАТИКА «общеобразовательного цикла» программы подготовки специалистов среднего звена по специальности 35.02.06 «Технология производства и переработки сельскохозяйственной продукции» разработаны на основе рабочей программы ОУД.04 МАТЕМАТИКА «общеобразовательного цикла» по специальности 35.02.06 «Технология производства и переработки сельскохозяйственной продукции»

Организация-разработчик: ГБПОУ «КСХК».

Разработчики: Каменева М.Л., преподаватель

СОДЕРЖАНИЕ

Пояснительная записка

Методические рекомендации по организации и выполнению практических занятий по ОУД.04 МАТЕМАТИКА составлены в соответствии с рабочей программойОУД.04 МАТЕМАТИКА «общеобразовательного цикла» по специальности 35.02.06 «Технология производства и переработки сельскохозяйственной продукции». В контексте ФГОС СПО результатом образовательного процесса являются сформированные общие и профессиональные компетенции. Реализация данной задачи требует от профессиональных образовательных организаций новых подходов к образовательному процессу, призванному формировать группы компетенций, а также осознанные умения и функциональные знания.

Методические рекомендации предназначены для оказания помощи обучающимся при выполнении практических занятий.

Содержание программы учебной дисциплины «Математика» направлено на достижение следующих **целей:**

- обеспечениесформированности представлений о социальных, культурных и исторических факторах становления математики;
- обеспечение сформированности логического, алгоритмического и математического мышления;
- обеспечение сформированности умений применять полученные знания при решении различных задач;
- обеспечение сформированности представлений о математике как части общечеловеческой культуры, универсальном языке науки позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления.

Освоение содержания учебной дисциплины «Математика» обеспечивает достижение студентами следующих ***результатов:***

личностных:

- сформированность представлений о математике как универсальном языкенауки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;
- понимание значимости математики для научно-технического прогресса,сформированность отношения к математике как к части общечеловеческойкультуры через знакомство с историей развития математики, эволюциейматематических идей;
- развитие логического мышления, пространственного воображения, алгорит-мической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом длябудущей профессиональной деятельности, для продолжения образования исамообразования;
- овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми впо-вседневной жизни, для освоения смежных естественно-научных дисциплин идисциплин профессионального цикла, для получения образования в областях,не требующих углубленной математической подготовки;
- готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию,на протяжении всей жизни; сознательное

отношение к непрерывному об-разованию как условию успешной профессиональной и общественной дея-тельности;
- готовность и способность к самостоятельной творческой и ответственнойдеятельности;
- готовность к коллективной работе, сотрудничеству со сверстниками в обра-зовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной идругих видах деятельности;
- отношение к профессиональной деятельности как возможности участия в реше-нии личных, общественных, государственных, общенациональных проблем;
для глухих, слабослышащих, позднооглохших обучающихся:
- способность к социальной адаптации и интеграции в обществе, в том числе при реализации возможностей коммуникации на основе словесной речи (включая устную коммуникацию), а также, при желании, коммуникации на основе жестовой речи с лицами, имеющими нарушения слуха;
для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
- владение навыками пространственной и социально-бытовой ориентировки;
- умение самостоятельно и безопасно передвигаться в знакомом и незнакомом пространстве с использованием специального оборудования;
- способность к осмыслению и дифференциации картины мира, ее временно-пространственной организации;
- способность к осмыслению социального окружения, своего места в нем, принятие соответствующих возрасту ценностей и социальных ролей;
для обучающихся с расстройствами аутистического спектра:
- формирование умения следовать отработанной системе правил поведения и взаимодействия в привычных бытовых, учебных и социальных ситуациях, удерживать границы взаимодействия;
- знание своих предпочтений (ограничений) в бытовой сфере и сфере интересов."
метапредметных:
- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планыдеятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректи-ровать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достиженияпоставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешныестратегии в различных ситуациях;
- умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместнойдеятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффек-тивно разрешать конфликты;
- владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектнойдеятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность ксамостоятельному поиску методов решения практических задач, применениюразличных методов познания;
- готовность и способность к самостоятельной информационно-

познавательнойдеятельности, включая умение ориентироваться в различных источникахинформации, критически оценивать и интерпретировать информацию, по-лучаемую из различных источников;

- владение языковыми средствами: умение ясно, логично и точно излагатьсвою точку зрения, использовать адекватные языковые средства;
- владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемыхдействий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границсвоего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для ихдостижения;
- целеустремленность в поисках и принятии решений, сообразительность иинтуиция, развитость пространственных представлений; способность вос-принимать красоту и гармонию мира;

для глухих, слабослышащих, позднооглохших обучающихся:

- владение навыками определения и исправления специфических ошибок (аграмматизмов) в письменной и устной речи;

*для обучающихся с расстройствами аутистического сп*ектра:

- способность планировать, контролировать и оценивать собственные учебные действия в соответствии с поставленной задачей и условиями ее реализации при сопровождающей помощи пед. работника и организующей помощи тьютора;
- овладение умением определять наиболее эффективные способы достижения результата при сопровождающей помощи педагогического работника и организующей помощи тьютора;
- овладение умением выполнять действия по заданному алгоритму или образцу при сопровождающей помощи педагогического работника и организующей помощи тьютора;
- овладение умением оценивать результат своей деятельности в соответствии с заданными эталонами при организующей помощи тьютора;
- овладение умением адекватно реагировать в стандартной ситуации на успех и неудачу, конструктивно действовать даже в ситуациях неуспеха при организующей помощи тьютора;
- овладение умением активного использования знаково-символических средств для представления информации об изучаемых объектах и процессах, различных схем решения учебных и практических задач при организующей помощи педагога-психолога и тьютора;
- способность самостоятельно обратиться к педагогическому работнику (педагогу-психологу, социальному педагогу) в случае личных затруднений в решении какого-либо вопроса;
- способность самостоятельно действовать в соответствии с заданными эталонами при поиске информации в различных источниках, критически оценивать и интерпретировать получаемую информацию из различных источников."

предметных:

-сформированность представлений о математике как части мировой культурыи месте математики в современной цивилизации, способах описания явленийреального мира на математическом языке;

- сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разныепроцессы и явления; понимание возможности аксиоматического построенияматематических теорий;

-владение методами доказательств и алгоритмов решения, умение их приме-нять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

-владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных,показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, ихсистем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для по-иска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

- сформированность представлений об основных понятиях математическогоанализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальныхзависимостей;

- владение основными понятиями о плоских и пространственных геометриче-ских фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распозн-вать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решениягеометрических задач и задач с практическим содержанием;

- сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих веротностный характер, статистических закономерностях в реальном мире,основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить иоценивать вероятности наступления событий в простейших практическихситуациях и основные характеристики случайных величин;

- владение навыками использования готовых компьютерных программ прирешении задач.

для слепых и слабовидящих обучающихся:

- овладение правилами записи математических формул и специальных знаков рельефно-точечной системы обозначений Л. Брайля;
- овладение тактильно-осязательным способом обследования и восприятия рельефных изображений предметов, контурных изображений геометрических фигур и другое;
- наличие умения выполнять геометрические построения с помощью циркуля и линейки, читать рельефные графики элементарных функций на координатной плоскости, применять специальные приспособления для рельефного черчения ("Драфтсмен", "Школьник");
- овладение основным функционалом программы невизуального доступа к информации на экране персонального компьютера, умение использовать

персональные тифлотехнические средства информационно-коммуникационного доступа слепыми обучающимися;
для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
- овладение специальными компьютерными средствами представления и анализа данных и умение использовать персональные средства доступа с учетом двигательных, речедвигательных и сенсорных нарушений;
наличие умения использовать персональные средства доступа.".

Оценивание практических занятий проводится дифференцированно (по пятибалльной системе). Оценки за выполнение практических занятий учитываются как результат текущего контроля знаний студента. Уровень подготовки определяется оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», « неудовлетворительно».

1. Методические рекомендации по организации и выполнению практических занятий

Ведущей дидактической целью практических занятий является формирование практических умений, необходимых в последующей учебной деятельности. Их состав и содержание направлены на реализацию ФГОС СОО. Содержанием практических занятий являются решение разного рода задач, выполнение вычислений, расчетов, работа с измерительными приборами, и др.

В процессе практических занятий обобщаются, систематизируются, углубляются и конкретизируются теоретические знания, развиваются интеллектуальные умения.

Практические занятияпроводятся в учебных кабинетах. Необходимыми структурными элементами практического занятия, помимо самостоятельной деятельности студентов, являются инструктаж, проводимый преподавателем, а также анализ и оценка выполненных работ и степени овладения студентами запланированными умениями.

Приступая к выполнению практического занятия, обучающийся должен внимательно прочитать цель и задачи, ознакомиться с требованиями, ходом практического занятия, краткими теоретическими и учебно-методическими материалами по теме; ответить на вопросы для закрепления теоретического материала.

Все задания к практическому занятию обучающийся должен выполнять в соответствии с инструкцией, анализировать полученные в ходе занятия результаты по приведенной методике.

3.Перечень практических занятий по ОУД.04 МАТЕМАТИКА
«общеобразовательного цикла»
программы подготовки специалистов среднего звена
по специальности 35.02.06 «Технология производства и переработки сельскохозяйственной продукции».

№1.Выполнение арифметических действий над числами, сочетая различные приемы

№2 Выполнение упражнений на свойства корней

№3 Решение иррациональных уравнений

№ 4 Выполнение заданий на свойства степени с рациональным показателем

№ 5 Решение показательных уравнений

№ 6.Выполнение заданий на свойства логарифмов

№ 7 Решение логарифмических уравнений

№ 8 Решение задач на параллельность прямых в пространстве

№ 9. Решение задач на параллельность прямой и плоскости в пространстве

№ 10Решение задач на параллельность плоскостей в пространстве

№ 11.Решение задач на изображение пространственных фигур

№ 12.Решение задач на перпендикулярность прямой и плоскости

№ 13.Решение задач на перпендикуляр и наклонную

№ 14.Решение задач на перпендикулярность плоскостей

№ 15.Решение задач на угол между прямой и плоскостью

№ 16 Решение задач на подсчет числа перестановок, размещений сочетаний

№17 Выполнение упражнений на бином Ньютона

№18 Решение задач на действия с векторами

№ 19. Радианный метод измерения углов.
№ 20. Решение упражнений на основные тригонометрические тождества.

№ 21 Решение простейших тригонометрических уравнений
№ 22 Решение тригонометрических уравнений

№ 23 Нахождение области определения функции и области ее значений

№ 24 Четность и нечетность функции

№ 25 Исследование функций по графику

№ 26 Преобразование графиков тригонометрических функций

№ 27 Обратные тригонометрические функции

№28. Показательная, логарифмическая, степенная функции

№ 29. Решение задач на призму
№ 30 Решение задач на параллелепипед

№ 31. Решение задач на пирамиду

№ 32 Решение задач на цилиндр

№ 33 Решение задач на конус

№ 34 Решение задач на шар

№ 35 Решение задач на вычисление объемов

№ 36 Решение задач на вычисление площади поверхности тел вращения

№ 37. Правила и формулы дифференцирования

№ 38. Дифференцирование тригонометрических и сложных функций

№ 39 Механический и геометрический смысл производной
№ 40 Промежутки возрастания (убывания) функции

№ 41 Критические точки функции. Ее максимумы и минимумы

№42 Исследование функции с помощью производной

№43. Нахождение наибольшего, наименьшего значения функции

№ 44. Вычисление первообразной

№45 Вычисление интегралов

№46 Применение интеграла к вычислению площадей

№ 47. Вычисление вероятностей

№ 48 . Представление числовых данных

№ 49. Решение уравнений

№ 50 Решение систем уравнений

№ 51. Решение тригонометрических неравенств
№ 52. Решение показательных, логарифмических неравенств

№53 Решение рациональных, дробно-рациональных неравенств

Практическое занятие № 1

Тема: «Выполнение арифметических действий над числами, сочетая различные приемы**»**
Количество часов: 2
Цель:
Формирование, подтверждение и проверка теоретических знаний по делению, используя правила приближенного округления; выполнение действий с точностью до 0,000001, используя округление.
Литература:

М.И. Башмаков / Математика: М.: Издательский центр «Академия», 2013г.
Таблица умножения.
Инструкция по выполнению практической работы.

Методические рекомендации

1. Внимательно прочитайте задания.
2. Повторить таблицу умножения.
3. Вспомнить: какие бывают множества чисел.
4. Повторить правила перевода дроби из периодической в обыкновенную.
5. Повторить правила приближенного вычисления.

Ход занятия

Актуализация опорных знаний

1. Перечислите множества чисел *(натуральные, рациональные, иррациональные, действительные).*

2. Какое множество включает все числа? *(действительные)*

3. При округлении, когда мы прибавляем «1» к предыдущему числу, когда отбрасываем числа *(когда меньше пяти).*

4. При преобразовании бесконечной периодической дроби на что надо обратить внимание? *(количество цифр, стоящих перед периодом после запятой и количество цифр, стоящих в периоде)*

Теоретическая часть

Изучение математики начинается с натуральных чисел, т.е. с чисел 1, 2, 3, 4, 5,… . При сложении и умножении натуральных чисел всегда получаются натуральные числа. Однако разность и частное натуральных чисел могут не быть натуральными числами.

Дополнением натуральных чисел нулем и отрицательными числами (т.е. числами, противоположными натуральным) множество натуральных чисел расширяется до множества целых чисел, т.е. чисел 0, ± 1, ± 2, ± 3, … . При сложении, вычитании и умножении целых чисел всегда получаются целые числа. Однако частное двух целых чисел может не быть целым числом.

При выполнении четырех арифметических действий (кроме деления на нуль) над рациональными числами всегда получаются рациональные числа.

Бесконечную десятичную дробь 0,3333… называют *периодической*, повторяющуюся цифру 3 – ее *периодом*. Периодическую дробь 0,333… коротко записывают так: 0,(3); читается: «Ноль целых и три в периоде».

Периодическая дробь – это бесконечная десятичная дробь, у которой начиная с некоторого десятичного знака повторяется одна и та же цифра или несколько цифр – период дроби.

Если бесконечная десятичная дробь непериодическая, то она не является рациональным числом. Например, дробь 0,101001000100001…, в которой после первой цифры 1 стоит один нуль, после второй цифры 1 – два нуля и, вообще, после n – й цифры стоит nнулей, не является периодической. Поэтому написанная дробь не представляет никакого рационального числа. В этом случае говорят, что данная дробь является *иррациональным числом.*

Иррациональным числом называется бесконечная десятичная непериодическая дробь.

Практическая часть

Задание 1. Представить в виде бесконечной десятичной дроби числа. Выполнить деление столбиком, не используя калькулятор.

$$а)\frac{1}{7},\quad б)\frac{5}{\pi},\quad в)\frac{7}{13},\quad г)\frac{15}{19},\quad д)\frac{13}{29},\quad е)\frac{39}{41}.$$

Ответ(пример):

а) 10 | 7
7 | 0, 1428571…
30
28
20
14
60
56
40
35
50
49
10
7 и т.д.

Действие:

$$а)\frac{1}{7},\quad б)\frac{5}{\pi},\quad в)\frac{7}{13},\quad г)\frac{15}{19},\quad д)\frac{13}{29},\quad е)\frac{39}{41}.$$

Ответ: а) 0,142857…
б) 0,454545…
в) 0,538462…
г) 0,789474…
е) 0,951220…

Задание 2. Преобразовать бесконечную периодическую дробь в обыкновенную:

$а)0,3(12);$ $г)0,32(16)$

$б)2,13(7);$ $д)4,(521)$

$в)0,5(72);$ $е)0,(035)$

Ответ:

Задание		Ответ
а)	0,3(12)	Пусть x = 0,312… / 10 10x = 3,12… / 100 1000x = 312,12 1000x – 10x = 312,12 – 3,12 990x = 309 x = 309 : 990 = $\frac{103}{330}$
б)	2,13(7)	Пусть x = 2,137… / 100 100x = 213,7… / 10 1000x = 2137,7 1000x – 100x = 2137,7 – 213,7 900x = 1924 x = $\frac{1924}{900}$ = $2\frac{124}{900}$ = $2\frac{31}{225}$
в)	0,5(72)	Пусть x = 0,572… / 10 10x = 5,72… / 100 1000x = 572,72 1000x – 10x = 572,72 – 5,72 990x = 567 x = 567 : 990 = $\frac{63}{110}$

г)	0,32(16)	Пусть x = 0,3216… / 100 100x = 32,16… / 100 10000x = 3216,16 10000x – 100x = 3216,16 – 32,16 9900x = 3184 $x = \frac{3184}{9900} = \frac{796}{2475}$
д)	4,(521)	Пусть x = 4,521… / 1000 1000x = 4521,521 999x = 4517 1000x – x = 4521,521 – 4,521 999x = 4517 $x = \frac{4517}{999} = 4\frac{521}{999}$
е)	0,(035)	Пусть x = 0,035… / 1000 1000x = 35,035 1000x – x = 35,035 – 0,035 999x = 35 $x = \frac{35}{999}$

Задание 3. Выполнить действия. Найти сумму и произведение чисел:

а) x = 3,5151151115..; y = 4,343343334...

б) x = 2,36…; y = 1,020020002.

Ответ:

Задание		Ответ
а)	x + y	7,8584584…
	x × y	15,267351…
б)	x + y	3,38002…
	x × y	2,4072472…

Контрольные вопросы и задания

Ответить на вопросы:

1. Может ли сумма двух рациональных чисел быть иррациональным числом? *(нет)*
2. Сумма двух иррациональных чисел может быть рациональным числом? *(да)*

Организация обсуждения итогов выполнения практического занятия

Вывод:

В результате выполненной работы обучающиеся проверяют и подтверждают теоретические знания деления, используя правила приближенного округления.

Критерии оценки практической работы:

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	Балл (отметка)	Вербальный аналог
90-100%	5	отлично
80-89%	4	хорошо
70-79%	3	удовлетворительно
Менее 70%	2	неудовлетворительно

Практическое занятие №2

Тема: Выполнение упражнений на свойства корней

Цель работы: закрепить знания и умения студентов по освоению применения формул при выполнении вычислений и решении иррациональных уравнений.

Литература:

М.И. Башмаков / Математика: М.: Издательский центр «Академия», 2013г.

Таблица умножения.

Инструкция по выполнению практической работы.

Теоретическое обоснование:Степени и корни

Степень с целым показателем

$a^n = a \cdot a \cdots a$ (*n* раз, $n \in N,\ n \neq 1$),

$a^1 = a,\ a^0 = 1\ \ (a \neq 0),\ \ a^{-n} = 1/a^n\ \ (a \neq 0)$

Свойства:

$a^m a^n = a^{m+n},\ \ a^m/a^n = a^{m-n},\ \ (a^m)^n = a^{mn},$

$(ab)^n = a^n b^n,\ \ (a/b)^n = a^n/b^n.$ *Корень n-й степени* $\sqrt[n]{a}$ - арифметический корень *n*-й степени из числа $a,\ a \geq 0,\ \sqrt[n]{a} \geq 0,\ n \in N,\ n > 1.$

Свойства: $(\sqrt[n]{a})^n = a,\ \ \sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b},$

$\sqrt[n]{a/b} = \sqrt[n]{a}/\sqrt[n]{b}\ \ (b > 0),\ \ \sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}.$

В частности, $\sqrt{a}$ - арифметический квадратный корень: $(\sqrt{a})^2 = a,\ \ \sqrt{a^2} = |a|$ *Степень с дробным (рациональным) показателем*

$a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m},\ \ m \in Z,\ n \in N,\ n \geq 2,\ a > 0$ *Свойства степени с действительным показателем*

$(a > 0,\ b > 0,\ x \in R,\ y \in R)$

$$a^x a^y = a^{x+y},\ \ (a^x)^y = a^{xy},\ \ (ab)^x = a^x b^x,$$

$$(a/b)^x = a^x/b^x,\ \ a^x = b^{x \log_b a},$$

2. Решение иррациональных уравнений

Проиллюстрируем этот алгоритм на примере составления заданий по теме «Иррациональные уравнения».

Пример 1.Решитеуравнение $\sqrt{x+4} = x-2$.

Решение. Уравнение равносильно системе $\begin{cases} x+4 = x^2 - 4x + 4, \\ x - 2 \geq 0. \end{cases}$

Решая эту систему, получим $\begin{cases} x^2 - 5x = 0, \\ x \geq 2; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x(x-5) = 0, \\ x \geq 2; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = 0, \\ x = 5, \end{array}\right. \\ x \geq 2; \end{cases} x = 5$. Ответ: $x = 5$.

Пример 2. Решите уравнение $\sqrt{x+5} + \sqrt{x+1} = 2$.

Решение. Перепишем уравнение в виде $\sqrt{x+5} = 2 - \sqrt{x+1}$ и возведем обе части уравнения в квадрат.

$x + 5 = 4 - 4\sqrt{x+1} + x + 1,$

$4\sqrt{x+1} = 0,$

$\sqrt{x+1} = 0,$

$x + 1 = 0,$

Ответ: -1

Пример 3. Решите уравнение $5x^2 + 35x + 32 = \sqrt{x^2 + 7x + 10}$.

Решение. Обозначим $\sqrt{x^2 + 7x + 10} = t,\ t \geq 0.$ Тогда уравнение можно будет переписать в виде $5t^2 - t - 18 = 0.$ $D = 1 + 360 = 361,\ t = \frac{1 \pm 19}{10},\ t = 2.$ $\sqrt{x^2 + 7x + 10} = 2;\ x^2 + 7x + 10 = 4;\ x^2 + 7x + 6 = 0.$ Полученное уравнение будет иметь корни -1 и -6.

Ответ: -1; -6.

Текст задания1. Выполните действия:

Свойства арифметического корня Вариант 1

А) Выберите номер правильного ответа		
А1	Вычислите: $\frac{2 \cdot \sqrt[4]{128}}{\sqrt[4]{32}}$	**1)** 2; **2)** 4; **3)** $2\sqrt{2}$; **4)** 8

A2	Упростите выражение: $\sqrt[3]{18a}\cdot\sqrt[3]{12a^5}$	**1)** $6a^2$; **2)** $4a^2$; **3)** $6a^3$; **4)** $8a$
A3	Найдите значение выражения: $\sqrt[4]{\sqrt[3]{10^{24}}}$	**1)** $\sqrt{10}$; **2)** 1; **3)** 10; **4)** 100
A4	Вычислите: $\dfrac{\sqrt[5]{24}\cdot\sqrt[5]{20}}{\sqrt[5]{15}}$	**1)** 2; **2)** 3; **3)** 4; **4)** $\sqrt[5]{20}$
A5	Упростите: $\sqrt[3]{3^4\cdot\sqrt[3]{3^{10}}}$	**1)** 3; **2)** $3\sqrt[3]{3}$; **3)** 9; **4)** 27
A6	Найдите значение выражения: $\sqrt[3]{25+\sqrt[5]{32}}$	**1)** 2; **2)** 3; **3)** 4; **4)** $\sqrt[6]{57}$
A7	Внесите множитель под знак корня: $4a^3\cdot\sqrt[3]{a^2}$	**1)** $\sqrt[3]{64a^4}$; **2)** $\sqrt[3]{16a^{16}}$; **3)** $\sqrt[3]{64a^8}$; **4)** $\sqrt[3]{16a^6}$
A8	Вычислите $\sqrt[3]{\lvert 3-\sqrt{5}\rvert^3}+\sqrt[4]{\lvert 2-\sqrt{5}\rvert^4}$	**1)** 5; **2)** 1; **3)** $5-2\sqrt{5}$; **4)** $2\sqrt{5}-1$

Свойства арифметического корня Вариант 2

А) Выберите номер правильного ответа

A1	Вычислите: $\dfrac{3\cdot\sqrt{108}}{\sqrt{3}}$	**1)** $2\sqrt{3}$; **2)** 6; **3)** $3\sqrt{6}$; **4)** 18
A2	Упростите выражение: $\sqrt[3]{6,4a^5}\cdot\sqrt[3]{10a^4}$	**1)** $4a^3$; **2)** $8a^3$; **3)** $8a^3$; **4)** $4a$
A3	Найдите значение выражения: $\sqrt[5]{\sqrt{5^{30}}}$	**1)** $5\sqrt{5}$; **2)** 125; **3)** 25; **4)** $\sqrt[5]{625}$
A4	Вычислите: $\dfrac{\sqrt[4]{27}\cdot\sqrt[4]{15}}{\sqrt[4]{5}}$	**1)** $\sqrt{3}$; **2)** 3; **3)** 9; **4)** $\sqrt[4]{27}$
A5	Упростите: $\sqrt[5]{7^4\cdot\sqrt[3]{7^6}}$	**1)** $\sqrt[5]{343}$; **2)** $3\sqrt[3]{7}$; **3)** 7; **4)** 49
A6	Найдите значение выражения: $\sqrt[5]{29+\sqrt[3]{27}}$	**1)** 2; **2)** 3; **3)** 4; **4)** $\sqrt[5]{56}$
A7	Внесите множитель под знак корня: $5a\cdot\sqrt[3]{a^4}$	**1)** $\sqrt[3]{25a^7}$; **2)** $\sqrt[3]{25a^6}$; **3)** $\sqrt[3]{125a^7}$; **4)** $\sqrt[3]{125a^6}$
A8	Вычислите $\sqrt[5]{\lvert 1-\sqrt{10}\rvert^5}+\sqrt[4]{\lvert 2-\sqrt{10}\rvert^4}$	**1)** $1-\sqrt{10}$; **2)** 3; **3)** $3-2\sqrt{10}$; **4)** -1

Свойства арифметического корня Вариант 3

А) Выберите номер правильного ответа

A1	Вычислите: $\dfrac{5\cdot\sqrt[3]{108}}{\sqrt[3]{4}}$	**1)** 21; **2)** $\sqrt[3]{620}$; **3)** $10\sqrt[3]{12}$; **4)** 15
A2	Упростите выражение: $\sqrt{8a^3}\cdot\sqrt{18a^5}$	**1)** $12a^4$; **2)** $12a^8$; **3)** $9a^4$; **4)** $36a^4$
A3	Найдите значение выражения: $\sqrt[4]{\sqrt{6^{16}}}$	**1)** 36; **2)** 216; **3)** $\sqrt[4]{1296}$; **4)** $\sqrt[4]{81}$
A4	Вычислите: $\dfrac{\sqrt[3]{375}\cdot\sqrt[3]{15}}{\sqrt[3]{45}}$	**1)** $\sqrt[3]{135}$; **2)** 5; **3)** 10; **4)** $\sqrt[3]{450}$
A5	Упростите: $\sqrt[5]{3^{11}\cdot\sqrt[3]{3^{12}}}$	**1)** $\sqrt[5]{729}$; **2)** $15\sqrt{5}$; **3)** 81; **4)** 27
A6	Найдите значение выражения: $\sqrt[4]{77+\sqrt[3]{64}}$	**1)** 2; **2)** 3; **3)** 4; **4)** $\sqrt[4]{141}$

А7	Внесите множитель под знак корня: $2a^2\cdot\sqrt[5]{3a^6}$	**1)** $\sqrt[5]{48a^{13}}$; **2)** $\sqrt[5]{96a^{13}}$; **3)** $\sqrt[5]{6a^{16}}$; **4)** $\sqrt[5]{96a^{16}}$
А8	Вычислите $\sqrt[5]{\lvert 3+\sqrt{10}\rvert^5}-\sqrt[4]{\lvert 3-\sqrt{10}\rvert^4}$	**1)** $2\sqrt{10}$; **2)** -1; **3)** 6; **4)** 0

Свойства арифметического корня Вариант 4

А) Выберите номер правильного ответа

А1	Вычислите: $\frac{\sqrt{405}}{4\sqrt{5}}$	**1)** $2\frac{1}{2}$; **2)** $2,75$; **3)** $2\frac{1}{4}$; **4)** $2,2$
А2	Упростите выражение: $\sqrt[4]{3,2a^5}\cdot\sqrt[4]{5a^3}$	**1)** $4a^4$; **2)** $2a^2$; **3)** $4a^2$; **4)** $6a^4$
А3	Найдите значение выражения: $\sqrt[3]{\sqrt[5]{4^{15}}}$	**1)** 64; **2)** 216; **3)** $\sqrt[5]{64}$; **4)** $\sqrt[5]{256}$
А4	Вычислите: $\frac{\sqrt{27}\cdot\sqrt{20}}{\sqrt{15}}$	**1)** $\sqrt{45}$; **2)** 3; **3)** 6; **4)** $\sqrt{75}$
А5	Упростите: $\sqrt[3]{5^7\cdot\sqrt[2]{5^{14}}}$	**1)** $\sqrt[6]{3125}$; **2)** $\sqrt[12]{625}$; **3)** 25; **4)** 125
А6	Найдите значение выражения: $\sqrt{42-\sqrt[3]{216}}$	**1)** 5; **2)** 6; **3)** 4; **4)** $\sqrt[5]{72}$
А7	Внесите множитель под знак корня: $3a^5\cdot\sqrt[4]{2a}$	**1)** $\sqrt[4]{162a^{21}}$; **2)** $\sqrt[4]{36a^{10}}$; **3)** $\sqrt[4]{36a^{21}}$; **4)** $\sqrt[4]{162a^{10}}$
А8	Вычислите $\sqrt[4]{\lvert 2+\sqrt{5}\rvert^4}-\sqrt[4]{\lvert 2-\sqrt{5}\rvert^4}$	**1)** $4+2\sqrt{5}$; **2)** -1; **3)** 4; **4)** 0

2. Решить уравнения:

В	*У – А*	*У – В*	*У – С*
1	$\sqrt{5-x^2}+1=x$	$2x^2+2x-10=\sqrt{x^2+x-2}$	$\sqrt{x^2+3x+9}-\sqrt{x^2+2x+1}=2$
2	$\sqrt{10-x^2}-4=x$	$6x^2+13=\sqrt{x^2+3x+3}-18x$	$\sqrt{x^2+5x+4}-\sqrt{x^2+4x+1}=1$
3	$\sqrt{5-x^2}=x-3$	$x^2-3x=\sqrt{x^2-3x+15}+5$	$\sqrt{x^2+2x+9}-\sqrt{x^2+x+4}=1$
4	$\sqrt{26-x^2}+4=x$	$10-8x=\sqrt{x^2-8x+16}-x^2$	$\sqrt{x^2+x+25}-\sqrt{x^2+4}=3$
5	$\sqrt{20-x^2}+6=x$	$3x^2-15x=2\sqrt{x^2-5x+2}+34$	$\sqrt{x^2+2x+25}-\sqrt{x^2+x+9}=2$
6	$\sqrt{13-x^2}+1=x$	$2x^2+10x+10=\sqrt{x^2+5x+8}$	$\sqrt{x^2+2x+25}-\sqrt{x^2+x+9}=2$
7	$\sqrt{29-x^2}-3=x$	$4x^2+1=\sqrt{x^2+2x+1}-8x$	$\sqrt{x^2+5x+16}-\sqrt{x^2+4x+9}=1$
8	$\sqrt{10-x^2}=x-4$	$2x^2-6x=\sqrt{x^2-3x+6}-6$	$\sqrt{x^2+4x+49}-\sqrt{x^2+3x+25}=2$
9	$\sqrt{17-x^2}+5=x$	$4x^2-4x-15=3\sqrt{x^2-x+3}$	$\sqrt{x^2+6x+4}-\sqrt{x^2+5x+1}=1$
10	$\sqrt{26-x^2}-x=6$	$2x^2-16x=\sqrt{x^2-8x+19}-32$	$\sqrt{x^2+4x+36}-\sqrt{x^2+3x+16}=2$

3. Выполните действия:

Свойства степени Вариант 1

А) Выберите номер правильного ответа

A1	Упростите: $a^{2,3}\cdot a^{1,1}$	1) $a^{3,4}$; 2) $a^{1,2}$; 3) $a^{2,4}$; 4) $a^{2,51}$
A2	Найдите значение выражения: $\frac{5^{6a}}{25^{a}}$ при $a=\frac{1}{4}$	1) $\sqrt{5}$; 2) 0,2; 3) 5; 4) 25
A3	Выполните действия: $3a^{2,4}+2\left(a^{1,2}\right)^{2}$	1) $6a^{4,8}$; 2) $5a^{4,8}$; 3) $6a^{2,4}$; 4) $5a^{2,4}$
A4	Вычислите $36^{\frac{1}{2}}-7,2^{0}$	1) 5; 2) 4; 3) -1; 4) 0
A5	Найдите наименьшее из указанных чисел $\sqrt[3]{4}$; $16^{0,2}$; $0,5^{-3}$; 8^{-3}	1) $\sqrt[3]{4}$; 2) $16^{0,2}$; 3) $0,5^{-3}$; 4) 8^{-3}
A6	Упростите выражение: $\frac{\left(2a^{0,25}\right)^{2}\cdot 0,5a^{1,5}}{a^{3}}$	1) a; 2) $\frac{2}{a}$; 3) $2a^{5}$; 4) a^{-1}
A7	Преобразуйте выражение $\frac{x-y}{x^{0,5}-y^{0,5}}-y^{0,5}$	1) y; 2) $x^{0,5}$; 3) $2x^{0,5}$; 4) $y^{0,5}$
A8	Вычислите $\frac{(8)^{\frac{2}{3}}\cdot 2^{\frac{1}{2}}}{3^{0,5}}$	1) 2; 2) 6; 3) 8; 4) 16

Свойства степени Вариант 2

А) Выберите номер правильного ответа

A1	Упростите: $a^{2,3}:a^{1,1}$	1) $a^{3,4}$; 2) $a^{1,2}$; 3) $a^{2,4}$; 4) $a^{1,29}$
A2	Найдите значение выражения: $\frac{6^{4a}}{36^{a}}$ при $a=\frac{1}{2}$	1) $\sqrt{6}$; 2) 1; 3) 36; 4) 6
A3	Выполните действия: $3a^{1,8}+\left(2a^{0,9}\right)^{2}$	1) $7a^{1,8}$; 2) $5a^{1,8}$; 3) $7a^{3,6}$; 4) $5a^{3,6}$
A4	Вычислите $64^{\frac{1}{3}}+5,7^{0}$	1) 5; 2) 9; 3) 9,7; 4) 13,7
A5	Найдите наибольшее из указанных чисел $\sqrt[3]{4}$; $16^{0,2}$; $0,5^{-3}$; 8^{-3}	1) $\sqrt[3]{4}$; 2) $16^{0,2}$; 3) $0,5^{-3}$; 4) 8^{-3}
A6	Упростите выражение: $\frac{\left(4a^{0,5}\right)^{2}\cdot 0,25a^{1,5}}{a^{2,5}}$	1) 1; 2) $\frac{4}{a}$; 3) $4a$; 4) 4
A7	Преобразуйте выражение $\frac{x-y}{x^{0,5}+y^{0,5}}+y^{0,5}$	1) $2y$; 2) $x^{0,5}$; 3) $2x^{0,5}$; 4) $2y^{0,5}$
A8	Вычислите $\frac{(16)^{\frac{3}{4}}\cdot 18^{\frac{1}{2}}}{2^{0,5}}$	1) 24; 2) 36; 3) 12; 4) 18

Свойства степени Вариант 3

А) Выберите номер правильного ответа

A1	Упростите: $a^{3,4}\cdot a^{2,1}$	1) $a^{3,61}$; 2) $a^{1,3}$; 3) $a^{5,5}$; 4) $a^{7,14}$
A2	Найдите значение выражения: $\frac{49^{6a}}{7^{3a}}$ при $a=\frac{2}{9}$	1) $\sqrt[3]{7}$; 2) 49; 3) 7; 4) $\frac{1}{49}$

А3	Выполните действия: $5a^{3,6}-3\left|a^{1,2}\right|^{3}$	**1)** $2a^{3,6}$; **2)** 2; **3)** $2a^{-0,6}$; **4)** $-22a^{3,6}$
А4	Вычислите $8^{\frac{2}{3}}-1,12^{0}$	**1)** 7; **2)** 63; **3)** 3; **4)** $6,88$
А5	Найдите наименьшее из указанных чисел $\sqrt[4]{27}$; $9^{0,4}$; 3^{-3}; 1	**1)** $\sqrt[4]{27}$; **2)** $9^{0,4}$; **3)** 3^{-3}; **4)** 1
А6	Упростите выражение: $\dfrac{\left|2a^{0,5}\right|^{5}\times 0,5a^{1,5}}{4a^{-4}}$	**1)** $\frac{1}{4a^{2}}$; **2)** $\frac{2}{a^{4}}$; **3)** $4a^{8}$; **4)** $2a^{-8}$
А7	Преобразуйте выражение $\dfrac{x^{0,5}y^{0,5}-y}{y^{0,5}-x^{0,5}}+x^{0,5}$	**1)** $y^{0,5}$; **2)** 0; **3)** $2x^{0,5}$; **4)** $x^{0,5}-y^{0,5}$
А8	Вычислите $\dfrac{\left|64\right|^{\frac{1}{3}}\times 162^{\frac{1}{2}}}{2^{0,5}}$	**1)** 1; **2)** 9; **3)** 18; **4)** 36
Свойства степени Вариант 4		
А) Выберите номер правильного ответа		
А1	Упростите: $a^{5,2}:a^{1,3}$	**1)** $a^{3,9}$; **2)** a^{4}; **3)** $a^{5,07}$; **4)** $a^{6,5}$
А2	Найдите значение выражения: $\dfrac{27^{4a}}{3^{6a}}$ при $a=\dfrac{1}{3}$	**1)** $\sqrt[3]{9}$; **2)** 3; **3)** 81; **4)** 9
А3	Выполните действия: $4a^{5,4}+\left|2a^{1,8}\right|^{3}$	**1)** $12a^{10,8}$; **2)** $12a^{5,4}$; **3)** $6a^{5,4}$; **4)** $6a^{10,8}$
А4	Вычислите $125^{\frac{1}{3}}+5,127^{0}$	**1)** 6; **2)** $130,127$; **3)** 26; **4)** 5
А5	Найдите наибольшее из указанных чисел $\sqrt[4]{27}$; $9^{0,4}$; 3^{-3}; 1	**1)** $\sqrt[4]{27}$; **2)** $9^{0,4}$; **3)** 3^{-3}; **4)** 1
А6	Упростите выражение: $\dfrac{\left|5a^{0,25}\right|^{2}\times 0,2a^{2,5}}{10a^{-2}}$	**1)** 1; **2)** $\frac{a^{5}}{10}$; **3)** $\frac{a^{5}}{2}$; **4)** $0,5a$
А7	Преобразуйте выражение $\dfrac{x^{0,5}y^{0,5}-x}{y^{0,5}-x^{0,5}}+x^{0,5}$	**1)** $x^{0,5}+y^{0,5}$; **2)** 0; **3)** $2x^{0,5}$; **4)** $2y^{0,5}$
А8	Вычислите $\dfrac{\left|25\right|^{\frac{1}{2}}\times 64^{\frac{2}{3}}}{2^{\frac{2}{3}}}$	**1)** 45; **2)** 15; **3)** 35; **4)** 36

Критерии оценки практической работы:

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	Балл (отметка)	Вербальный аналог
90-100%	5	отлично
80-89%	4	хорошо
70-79%	3	удовлетворительно
Менее 70%	2	неудовлетворительно

Практическоезанятие № 3

Тема: Иррациональные уравнения

Критерии оценки практических заданий.

Отметка «5» ставится, если:

- работа выполнена полностью;
- в логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок;
- в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала).

Отметка «4» ставится, если:

работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки);

- допущена одна существенная ошибка или два-три несущественных ошибки.

Отметка «3» ставится, если:

допущены более одной существенной ошибки или более двух-трех несущественных ошибок, но студент владеет обязательными умениями по проверяемой теме; при этом правильно выполнено не менее половины работы.

Отметка «2» ставится, если:

допущены существенные ошибки, показавшие, что студент не владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере.

Отметка «1» ставится, если:

работа показала полное отсутствие у студента обязательных знаний и умений по проверяемой теме или значительная часть работы выполнена не самостоятельно.

К категории *существенных ошибок* следует отнести ошибки, связанные с незнанием, непониманием студентом основных положений теории и с неправильным применением методов, способов, приемов решения практических заданий, предусмотренных программой.

К категории *несущественных ошибок* следует отнести погрешности, связанные с небрежным выполнением записей, рисунков, графиков, чертежей, а также погрешности и недочеты, которые не приводят к искажению смысла задания и его выполнения.

При наличии существенной ошибки задание считается невыполненным.

Цель практических занятий: познакомить студентов с решением некоторых типов иррациональных уравнений; способствовать развитию навыка решения иррациональных уравнений и неравенств.

Литература:

М.И. Башмаков / Математика: М.: Издательский центр «Академия», 2013г.

Таблица умножения.

Инструкция по выполнению практической работы.

Теоретические сведения.

Иррациональным уравнением называется уравнение, содержащее неизвестное под знаком корня.

Основная идея решения иррационального уравнения состоит в сведении его к рациональному алгебраическому уравнению, которое либо равносильно исходному иррациональному уравнению, либо является его следствием. При решении иррациональных уравнений применяют метод возведения в степень обоих частей уравнения и метод введения новой переменной (замены переменной).

Если обе части иррационального уравнения возвести в одну и ту же нечетную степень и освободиться от радикалов, то получится уравнение, равносильное исходному.

При возведении уравнения в четную степень получается уравнение, являющееся следствием исходного. В связи с этим возможно появление посторонних решений

уравнения, но не возможна потеря корней. В этом случае обязательна проверка найденных корней подстановкой в исходное уравнение.
Мощным средством решения иррациональных уравнений является метод введения новой переменной, или "метод замены". Метод обычно применяется в случае, если в уравнении неоднократно встречается некоторое выражение, зависящее от неизвестной величины. Тогда имеет смысл обозначить это выражение какой-нибудь новой буквой и попытаться решить уравнение сначала относительно введенной неизвестной, а потом уже найти исходную неизвестную. В ряде случаев удачно введенные новые неизвестные иногда позволяют получить решение быстрее и проще; иногда же без замены решить задачу вообще невозможно.
Иногда удобнее решать иррациональные уравнения, определив область допустимых значений и используя равносильные переходы.
Рассмотрим применение данных методов решения иррациональных уравнений.

Пример 1. Решите уравнение = x
Решение. Возведем обе части этого уравнения в квадрат и получим: $7x-6= x^2$. Решаем квадратное уравнение: $x^2- 7x+ 6 =0$
Д=25, $x_1=6$, $x_2=1$.
Проверяем полученные результаты, подставляя в начальное условие:
Ответ: 6 и 1

Пример 2. Решить уравнение =

Решение. Возведем обе части в квадрат: $^2=$ ^{2}
2x-3=x-2
2x-x= 3-2
x=1
Проверка x=1 посторонний корень. Данное уравнение не имеет решений.
Ответ: решений нет

Пример 5. Решить уравнение + =12

Решение. Введем новую переменную. Пусть = , тогда $=y^2$.
Получаем новое уравнение: $y^2 +y -12=0$; $y_1=3$; $y_2=- 4$.

1) =3 ;
$2x +1= 3^4$;
x=40.

2) = - 4. Уравнение не имеет корней, так как ≥ 0, а число -4
Ответ: x=40.

Пример 6. Решить уравнение + - 2= 0.

Решение. Пусть = y, $= y^2$.
Получим $y^2 + y - 2 =0$; $y_1=- 2$; $y_2=1$.

1) = 1, x =1

2) = -2, не имеет корней, т.к. ≥0.
Ответ: x=1.

Пример 7. Решить уравнение + =6.

Решение. Область допустимых значений неизвестного (ОДЗ) определяется системой

неравенств которая решений не имеет. Уравнение не определено в множестве действительных чисел.
Ответ: нет решений.

Решения иррациональных неравенств

Под иррациональным неравенством понимают неравенство, в котором неизвестные величины находятся под знаком корня.
Способ решения таких неравенств состоит в преобразовании их к рациональным неравенствам путем возведения обеих частей неравенства в степень.
Решение иррациональных неравенств осложняется тем обстоятельством, что здесь исключена возможность проверки, в связи с этим необходимо стараться делать все преобразования равносильными.
При решении иррациональных неравенств нужно запомнить правило:
при возведении обеих частей неравенства в нечетную степень всегда получается неравенство, равносильное данному неравенству;
если обе части неравенства возводят в чётную степень, то получится неравенство, равносильное исходному только в том случае, если обе части исходного неравенства неотрицательны.
Но если при решении уравнений в результате возведения четную степень мы могли получить посторонние корни (которые, как правило легко проверить) и не могли потерять корни, то корни неравенства при бездумном возведении в четную степень могут одновременно и теряться, и приобретаться.

Иррациональное неравенство $g_{(x)}$ или $\leq g_{(x)}$ равносильно системе неравенств: или

Иррациональное неравенство $g_{(x)}$ или $\geq g_{(x)}$ равносильно совокупности двух систем неравенств:
или
В связи с этим основным методом решения иррациональных неравенств является сведение исходного неравенства к равносильной системе или совокупности систем рациональных неравенств.
Пример 1. Решить неравенство 4.
Решение. Заметим, что правая часто этого неравенства отрицательна, в то время как левая часть неотрицательна при всех значениях x, при которых она определена. В связи с этим неравенство решений не имеет.
Ответ. Решений нет.
Пример 2. Решить неравенство 4.
Решение. Область определения данного неравенства $5x-9\geq 0$, $x\geq 9/5$.
Обе части неравенства неотрицательны, возведем их в квадрат: 5x-9
Найдем пересечение полученного множества решений с областью определения неравенства, получим $9/5\leq x$
Ответ : $9/5\leq x$
Пример 3. Решить неравенство ≥ 7.
Решение. Область определения данного неравенства $3-x\geq 0$, $x\leq 3$.
Обе части неравенства неотрицательны, возведем их в квадрат: $3-x\geq 49$, $-x\geq 46$, $x\leq -46$.
Найдем пересечение полученного множества решений с областью определения неравенства, т.е. решение системы: . Имеем два неравенства с одинаковым знаком, вспомним: «меньше меньшего», итак.
Ответ: .
Пример 4. Решить неравенство
Решение. Данное неравенство равносильно системе неравенств:

Найдем решения каждого из неравенств:
1) $6x + 3 \geq 0$, $x \geq -0,5$.
2) $3x \geq 0$, $x \geq 0$.
3) $6x+3^2$, $-9x^2+6x+3^2-2x-10$, решаем квадратное уравнение, находим $x_1=1$, $x_2=-1/3$.
Применим метод интервалов: x1.
Запишем решения системы: Получаем x1.
Ответ: x1.
Контрольные вопросы.

1. Что такое арифметический корень *n*-й степени?
2. Свойство корней?
3. Какие уравнения называются иррациональными?
4. Какие существуют способы решения иррациональных уравнений?
5. Почему при возведении в четную степень необходимо делать проверку?
6. Когда иррациональное уравнение не имеет решений?
7. Какие неравенства называются иррациональными?
8. Как решаются иррациональные неравенства?

Литература.

1. Колмогоров А.Н. Алгебра. Учебник для 10-11 кл. общеобразовательных учреждений. - М.: Просвещение, 2005.
2. Соболь Б.В., Виноградова И.Ю., Рашидова Е.В. Пособие для подготовки к единому государственному экзамену по математике. Ростов-на-Дону «Феникс», 2009.
3. Мордкович А.Г., Смирнова И.М., Математика 11 класс, М. Мнемозина, 2011.

Практическое занятие №4.

Тема: Выполнение заданий на свойства степени с рациональным показателем

Цель: студент должен уметь вычислять и сравнивать корни, выполнять прикидки значения корня; находить значение степени, записывать корни в виде степени с дробным показателем и наоборот; применять свойства степеней и корней при вычислениях и преобразованиях выражений.

Литература:

М.И. Башмаков / Математика: М.: Издательский центр «Академия», 2013г.

Таблица умножения.

Инструкция по выполнению практической работы.

Вариант №1	Вариант №2	Критерии оценивания
Задание 1. Запишите в виде степени двойки следующие числа:		***2 балла***
а) 8 б) 1/2 в) 0,5 г)	а) 1024 б) 1/16 в) 0,25 г)	
Задание 2 Запишите в виде степени с рациональным показателем:		***2 балла***
а) б)	а) б)	*0,5 б.* *0,5 б.*
Задание 3 Запишите с помощью радикалов		***1,5 балла***
а) б) 53,2 в)	а) б) 2-0,25 в)	*0,5 б.* *0,5 б.* *0,5 б.*
Задание 4 Вычислить		***1 балла***
.	.	
Задание 5 Доказать, что:		***1,5 балла***
1. a^{-3} $a^5=a^2$; 2. $a^{-4}:a^{-3}=a^7$; 3. $(a^3)^3=a^9$.	1. a^{-3} $a^5=a^2$; 2. $a^{-3}:a^{-3}=a^7$; 3. $(a^2)^3=a^6$.	*0,5 б.* *0,5 б.* *0,5 б.*
Задание 6 Упростите выражения		***1,5 балла***
1) ; 2) ; 3) .	1) ; 2) ; 3) .	*0,5 б.* *0,5 б.* *0,5 б.*
Задание 7 Выполнить действия и приведите выражения к виду, не содержащему отрицательных показателей степеней, там, где это необходимо:		***7 балла***
1. 2. 3. 4. 5. 6. 7.	1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9.	*0,5 б.* *0,5 б.* *0,5 б.* *0,5 б.* *0,5 б.* *0,5 б.* *0,5 б.* *0,5 б.* *0,5 б.* *0,5 б.* *0,5 б.*

8. 9. 10. 11. 12. 13. 14.	10. 11. 12. 13. 14.	*0,5 б.* *0,5 б.* *0,5 б.* *0,5 б.*

*Максимальное количество баллов – **16,5.***
Критерии оценивания:
оценка «5» - 14-16,5 баллов,
оценка «4» - 10-13,5 баллов,
оценка «3» - 9,5-6,5 баллов,
оценка «2» - 6 баллов и менее.

Практическоезанятие №5

Тема: Решение показательных уравнений.

Цель работы: закрепить знания и умения студентов по освоению темы посредством решения показательных уравнений и неравенств.

Теоретическое обоснование:

Показательные уравнения

Уравнение, которое содержит неизвестное в показателе степени,
называется **показательным уравнением**.

Самое простое показательное уравнение имеет вид

$a^x = b$, где $a > 0$, $a \neq 1$.	

Примеры решения показательных уравнений и неравенств

Решить уравнение:

1. **$1000^x=100$**

Представим левую и правую часть уравнения в виде степени, имеющую одинаковые основания:

$10^{3x}=10^2$

Теперь, когда основания одинаковые, нужно приравнять показатели степеней.

3x=2 x=2/3

Ответ: **x=2/3** .

Главное в показательных уравнениях - свести левую и правую часть уравнения к общему основанию:

2. **$(2/5)^x=(5/2)^4$**

Представим $(2/5)^x$ как $(5/2)^{-x}$:

$(5/2)^{-x}=(5/2)^4$

Основания одинаковые, следовательно, приравниваем показатели:

-x=4 x=-4

Ответ: **x=-4**

3. **$\sqrt{3^x}=9$**

$\sqrt{3^x}$ распишем как $3^{x/2}$, а 9 - как 3^2:

$3^{x/2}=3^2$

Приравниваем показатели:

x/2=2 x=4

Ответ: **x=4**

4. **$3^{x2-x-2}=81$**

Заметим, что $81=3^4$

$3^{x2-x-2}=3^4$

Приравниваем показатели:

$x^2-x-2=4$

$x^2-x-6=0$

Получили квадратное уравнение:

D=1+24=25, D>0, следовательно, уравнение имеет два действительных корня

$x_1=(1+5)/2=3$

$x_2=(1-5)/2=-2$

Ответ: **x=3 и x=-2**

5. **$4^{x+1}+4^x=320$**

В таких случаях выносится основание с наименьшим показателем. В данном уравнении наименьшим показателем является x. Вынесем 4^x за скобки:

$4^x(4+1)=320$

$4^x*5=320$

Представим 320 в виде $5*4^3$, тогда:

$4^x*5=5*4^3$

Поделим левую и правую часть уравнения на 5:

$4^x=4^3$
Приравняем показатели:
$x=3$
Ответ: **$x=3$**

6. **$7^{x+2}+4*7^{x-1}=347$**

Степенью с наименьшим показателем в этом уравнении является x-1, следовательно, за скобки выносим 7^{x-1}. Получаем:
$7^{x-1}*(7^3+4)=347$
$7^{x-1}*347=347$
Поделим левую и правую часть уравнения на 347:
$7^{x-1}=1$
Заметим, что любое число в нулевой степени равно 1. Следовательно, распишем 1 как 7^0:
$7^{x-1}=7^0$
Приравняв показатели, получим:
$x-1=0$
$x=1$
Ответ: **$x=1$**

7. **$4^x-5*2^x+4=0$**

Представим 4^x как 2^{2x}, получим:
$2^{2x}-5*2^x+4=0$
Введем подстановку: 2^x обозначим переменной t. Следовательно: $2^{2x}=t^2$. Получим:
$t^2-5t+4=0$
Найдем корни уравнения по теореме Виета:
$t_1=1$
$t_2=4$
Заменим t на 2^x:
$2^x=1$
Заметим, что $2^0=1$
$2^x=2^0$
Приравняем показатели:
$x=0$
$2^x=4$
Заметим, что $4=2^2$
$2^x=2^2$
Приравняем показатели:
$x=2$
Уравнение имеет два действительных корня 0 и 2.
Ответ: **$x=0$ и $x=2$**

Текст задания

Показательные уравнения Вариант 1		
	А) Выберите номер правильного ответа	
А1	Найдите сумму корней уравнения : $\left(\sqrt{2}\right)^{2x^2-4}=16^{x-0,5}$	**1)** -2; **2)** 1; **3)** 4; **4)** -1
А2	Если x_0 - корень уравнения $3^{x-2}+2\cdot 3^{x+1}=55$, то значение выражения $4x_0^2-15$ равно	**1)** 1; **2)** -15; **3)** 21; **4)** 34
А3	Найдите произведение корней уравнения $25^x-6\cdot 5^x+5=0$	**1)** -1; **2)** -2; **3)** 0; **4)** 2
	В) Напишите правильный ответ	

B1	Решите уравнение $25^{x-1} - 9^{2x-2} + 8\cdot 5^{2x-2} = 4\cdot 9^{2x-2}$
B3	Если x_0 и y_0 - решение системы уравнений $\begin{cases} x+y=4, \\ 6^{3x-y}=\sqrt{6}; \end{cases}$ то значение выражения $x_0 - y_0$ равно

С) Приведите подробное решение данного задания.

С	При каких значениях параметра a уравнение $25^{x+0,5} - (5a+2)\cdot 10^x + a\cdot 4^{x+0,5} = 0$ имеет ровно один корень

Показательные уравнения Вариант 2

А) Выберите номер правильного ответа

A1	Найдите сумму корней уравнения : $\left(\sqrt[3]{3}\right)^{3x^2+[illegible]} = 9^{x+[illegible]}$	**1)** 2; **2)** 1; **3)** -2; **4)** -3
A2	Если x_0 - корень уравнения $2^{x+3} + 3\cdot 2^x = 50$, то значение выражения $4x_0 - x_0^2$ равно	**1)** 3; **2)** 0; **3)** -5; **4)** -24
A3	Найдите произведение корней уравнения $9^x - 12\cdot 3^x + 27 = 0$	**1)**- 3; **2)** 3; **3)** 0; **4)** 2

В) Напишите правильный ответ

B1	Решите уравнение $81^x - 5^{2x} - 4\cdot 9^{2x-1} = 4\cdot 5^{2x-1}$
B3	Если x_0 и y_0 - решение системы уравнений $\begin{cases} x-y=3, \\ 2^{3y-x}=\dfrac{1}{\sqrt{8}}; \end{cases}$ то значение выражения $x_0 + y_0$ равно

С) Приведите подробное решение данного задания.

С	При каких значениях параметра a уравнение $2\cdot 9^x - (2a+3)\cdot 6^x + 3a\cdot 4^x = 0$ имеет ровно один корень

Показательные уравнения Вариант 3

А) Выберите номер правильного ответа

A1	Найдите сумму корней уравнения : $\left(\sqrt{5}\right)^{12-4x^2} = 25^{x+[illegible]}$	**1)** -2; **2)** 1; **3)** 4; **4)** -1
A2	Если x_0 - корень уравнения $4^{x-3} + 3\cdot 2^{2x-12} = 28$, то значение выражения [illegible] равно	**1)** 1; **2)** 2; **3)** -12; **4)** 4
A3	Найдите произведение корней уравнения $36^{x+0,5} - 37\cdot 6^x + 6 = 0$	**1)** 0; **2)** -2; **3)** 4; **4)** -1

В) Напишите правильный ответ

B1	Решите уравнение $2\cdot 12^x - 3^{x+1} + 4^{x+1} - 6 = 0$
B3	Если x_0 и y_0 - решение системы уравнений $\begin{cases} x+2y=5, \\ 4^{x-3y}=0,25; \end{cases}$ то значение выражения $x_0 - y_0$ равно

С) Приведите подробное решение данного задания.

С	Найдите все значения p, при которых уравнение $3\cdot 4^x - \lvert 3p+2\rvert\cdot 2^x + 2p = 0$ имеет ровно два корня.

Показательные уравнения Вариант 4		
А) Выберите номер правильного ответа		
А1	Найдите сумму корней уравнения : $\left\|\sqrt[4]{49}\right\|^{16-4x^2} = 343^{x+}$	**1)** $2,5;$ **2)** $1;$ **3)** $-4;$ **4)** $-1,5$
А2	Если x_0 - корень уравнения $16^{x-5} - 5\cdot 2^{4x-18} + 19 = 0$, то значение выражения $3x_0 + 10$ равно	**1)** $25;$ **2)** $27;$ **3)** $-20;$ **4)** 36
А3	Найдите произведение корней уравнения $81^{x+0,5} - 10\cdot 9^x + 1 = 0$	**1)** $0;$ **2)** $-1;$ **3)** $3;$ **4)** -2
В) Напишите правильный ответ		
В1	Решите уравнение $27^x + 12^x = 2\cdot 8^x$	
В3	Если x_0 и y_0 - решение системы уравнений $\begin{cases} x - 3y = 0,5, \\ 25^{x-4y} = 0,04; \end{cases}$ то значение выражения $x_0 + 2y_0$ равно	
С) Приведите подробное решение данного задания.		
С	Найдите все значения p , при которых уравнение $2\cdot 16^x + \|4p+1\|\cdot 4^x + 2p = 0$ имеет ровно один корень.	

Критерии оценки практической работы:

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	Балл (отметка)	Вербальный аналог
90-100%	5	отлично
80-89%	4	хорошо
70-79%	3	удовлетворительно
Менее 70%	2	неудовлетворительно

Практическоезанятие № 6

Тема: Выполнение заданий на свойства логарифмов

Цель работы: закрепить знания и умения студентов по освоению логарифмов и свойств логарифмической функции.

Литература:

М.И. Башмаков / Математика: М.: Издательский центр «Академия», 2013г.

Таблица умножения.

Инструкция по выполнению практической работы.

Теоретическое обоснование:

1. *Основные свойства логарифмов*

Сложение и вычитание логарифмов

1. $\log_a x + \log_a y = \log_a (x \cdot y)$;
2. $\log_a x - \log_a y = \log_a (x : y)$.

Вынесение показателя степени из логарифма

1. $\log_a x^n = n \cdot \log_a x$;
2. $\log_{a^k} x = \frac{1}{k} \cdot \log_a x$
3. $\log_{a^k} x^n = \frac{n}{k} \cdot \log_a x$

Переход к новому основанию $\log_a x = \dfrac{\log_c x}{\log_c a}$

В частности, если положить $c = x$, получим: $\log_a x = \dfrac{1}{\log_x a}$

Основное логарифмическое тождество

Часто в процессе решения требуется представить число как логарифм по заданному основанию. В этом случае нам помогут формулы:

1. $n = \log_a a^n$
2. $a = b^{\log_b a}$

Логарифмическая единица и логарифмический ноль

1. $\log_a a = 1$ — это *логарифмическая единица*. Запомните раз и навсегда: логарифм по любому основанию a от самого этого основания равен единице.
2. $\log_a 1 = 0$ — это *логарифмический ноль*. Основание a может быть каким угодно, но если в аргументе стоит единица — логарифм равен нулю! Потому что $a^0 = 1$ — это прямое следствие из определения.

Текст задания

1. Выполните действия:

Свойства логарифмов Вариант 1		
А) Выберите номер правильного ответа		
А1	Вычислите: $\log 160 + \log 0,9$	**1)** 2; **2)** 1; **3)** 3; **4)** 0
А2	Упростите: $5^{2+\log 3}$	**1)** 50; **2)** 3; **3)** 75; **4)** 12
А3	Вычислите: $2\log 12 - \log 18$	**1)** 3; **2)** 4; **3)** 1; **4)** 2
А4	Найдите значение выражения: $\log \lvert 16c \rvert$, если $\log = 0,5$	**1)** 1; **2)** 2,25; **3)** 3,75; **4)** 4,5
А5	Найдите значение выражения: $\frac{\log 144}{\log 12} - 8$	**1)** 4; **2)** 6; **3)** $\log 12 - 8$; **4)** -6
А6	Вычислите: $\log \lvert 24m \rvert$, если $\log 3m = 8,5$	**1)** 11,5; **2)** -5,5; **3)** 19,5; **4)** 20

A7	Найдите значение выражения: $\log_5\frac{25}{c}$, если $\log_c 5=0,2$	**1)** 3; **2)** 7; **3)** -3 **4)** 5
A8	Вычислите $81^{\log_9\sqrt{5}}-2^{\log_{0,5}5}$	**1)** 5; **2)** $5,2$; **3)** $4,8$; **4)** $4,5$
Свойства логарифмов Вариант 2		
А) Выберите номер правильного ответа		
A1	Вычислите: $\log_{11}110+\log_{11}1,1$	**1)** 1; **2)** 3; **3)** 2; **4)** -1
A2	Упростите: $6^{2-\log_6 2}$	**1)** 18; **2)** 15; **3)** 75; **4)** 25
A3	Вычислите: $\log_3 96-5\log_3 2$	**1)** 3; **2)** 1; **3)** -1; **4)** 2
A4	Найдите значение выражения: $\log_4\frac{16}{c}$, если $\log_4 c=-0,5$	**1)** $-0,5$; **2)** $3,5$; **3)** $1,5$; **4)** $2,5$
A5	Найдите значение выражения: $\frac{\log_7 169}{\log_7 13}+5$	**1)** 6; **2)** 7; **3)** $\log_7 13+5$; **4)** -2
A6	Вычислите: $\log_5\lvert 100m\rvert$, если $\log_5 4m=7,5$	**1)** $6,5$; **2)** $-4,5$; **3)** $9,5$; **4)** 10
A7	Найдите значение выражения: $\log_6\frac{216}{c}$, если $\log_c 6=0,5$	**1)** 3; **2)** 1; **3)** -2 **4)** 2
A8	Вычислите $64^{\log_8\sqrt{7}}-5^{\log_{0,2}2}$	**1)** $6,5$; **2)** 5; **3)** $6,2$; **4)** $7,5$
Свойства логарифмов Вариант 3		
А) Выберите номер правильного ответа		
A1	Вычислите: $\lg 125+\lg 8$	**1)** 1; **2)** 2; **3)** 3; **4)** 4
A2	Упростите: $6^{2-\log_6 3}$	**1)** 4; **2)** 6; **3)** 9; **4)** 12
A3	Вычислите: $2\log_{15}3+\log_{15}25$	**1)** 3; **2)** 4; **3)** 1; **4)** 2
A4	Найдите значение выражения: $\log_c\lvert 27c\rvert$, если $\log_3 \ \ =0,5$	**1)** 1; **2)** $1,75$; **3)** $0,75$; **4)** $1,5$
A5	Найдите значение выражения: $\frac{\log_3 121}{\log_3 11}+5$	**1)** 11; **2)** 6; **3)** $\log_3 11+5$; **4)** 7
A6	Вычислите: $\log_5\lvert 50m\rvert$, если $\log_5 2m=4,5$	**1)** $8,5$; **2)** $6,5$; **3)** $9,5$; **4)** 9
A7	Найдите значение выражения: $\log_4\frac{16}{c}$, если $\log_c 4=0,1$	**1)** -8; **2)** -6; **3)** -3 **4)** 4
A8	Вычислите $64^{\log_8\sqrt{5}}+3^{\frac{\log_3 5}{3}}$	**1)** 5; **2)** $25,2$; **3)** $15,1$; **4)** $4\frac{1}{3}$
Свойства логарифмов Вариант 4		
А) Выберите номер правильного ответа		
A1	Вычислите: $\log_9 810-\log_9 10$	**1)** 1; **2)** 2; **3)** 3; **4)** -1
A2	Упростите: $3^{3+\log_3 2}$	**1)** 54; **2)** 48; **3)** 81; **4)** 29

А3	Вычислите: $\log_{5} 12{,}5 - \log_{5} 0{,}1$	**1)** 3; **2)** 1; **3)** -2; **4)** 4
А4	Найдите значение выражения: $\log_{16}\lvert 6cd\rvert$, если $\log_{6} \quad = 0{,}2$	**1)** 1,2; **2)** 1,5; **3)** 0,6; **4)** 1,8
А5	Найдите значение выражения: $\dfrac{\log_{8} 64}{\log_{8} 4} - 2$	**1)** 2; **2)** 8; **3)** 1; **4)** $\log_{8} 4 - 2$
А6	Вычислите: $\log_{3}\lvert 54m\rvert$, если $\log_{3} 2m = 1{,}5$	**1)** 4,5; **2)** -2,5; **3)** 1,5; **4)** 5
А7	Найдите значение выражения: $\log_{7} \dfrac{49}{c}$, если $\log_{c} 7 = 0{,}25$	**1)** -3; **2)** 1; **3)** 2 **4)** -2
А8	Вычислите $216^{\log_{6} \sqrt[3]{3}} + 7^{\log_{\frac{1}{7}} 5}$	**1)** 4,8; **2)** -3; **3)** 3,2; **4)** 10,5

Критерии оценки практической работы:

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	Балл (отметка)	Вербальный аналог
90-100%	5	отлично
80-89%	4	хорошо
70-79%	3	удовлетворительно
Менее 70%	2	неудовлетворительно

Практическое занятие №7

Тема: Решение логарифмических уравнений

Цель работы: закрепить знания и умения студентов при решении логарифмических уравнений.

Литература:

М.И. Башмаков / Математика: М.: Издательский центр «Академия», 2013г.

Таблица умножения.

Инструкция по выполнению практической работы.

Теоретическое обоснование:

Логарифмическое уравнение

Определение:Логарифмическое уравнение – это уравнение вида

$$\log_a b(x) = \log_a c(x),\ \text{где}\ a > 0,\ a \neq 1.$$

Уравнения, сводящиеся к этому виду, также называются логарифмическими уравнениями.

Пример.

Решим уравнение

$\log_3(x^2 - 3x - 5) = \log_3(7 - 2x)$.

Решение.

1) Поскольку основания в левой и правой частях одинаковые (равны 3), то мы можем освободиться от знаков логарифмов и прийти к уравнению вида $b(x) = c(x)$:

$x^2 - 3x - 5 = 7 - 2x$

2) Приравниваем уравнение к нулю и получаем квадратное уравнение:

$x^2 - 3x - 5 - 7 + 2x = 0$

$x^2 - x - 12 = 0$

Решив квадратное уравнение, находим его корни:

$x_1 = 4, x_2 = -3$.

3) Проверим, при каком из двух значений xуравнение имеет смысл.

Мы уже знаем, что логарифмическое уравнение равносильно уравнению $b(x) = c(x)$ только в том случае, если$b(x) > 0$ и$c(x) > 0$. Следовательно, выводим два неравенства:

$x^2 - 3x - 5 > 0$,

$7 - 2x > 0$.

При $x = 4$ неравенства неверны. Значит, 4 не является решением уравнения.

При $x = -3$ неравенства верны. Значит, 3 является единственным решением уравнения.

Текст задания:

<table>
<tr><td colspan="3">Решение логарифмических уравнений Вариант 1</td></tr>
<tr><td colspan="3">А) Выберите номер правильного ответа</td></tr>
<tr><td>А1</td><td>Если x_0 - корень уравнения $\log_{0,5}|6-2x| = -2$, то значение выражения $x_0^2 + 5$ равно</td><td>1) 5; 2) 30; 3) 9; 4) 6</td></tr>
<tr><td>А2</td><td>Найдите произведение корней уравнения $\lg^2 x - \lg x^3 + 2 = 0$</td><td>1) 1000; 2) $0,01$; 3) $0,1$; 4) 100</td></tr>
<tr><td>А3</td><td>Найдите сумму корней уравнения $\log_5|2x^2+3| - 1 = \log_5 x$</td><td>1) -2; 2) $4,5$; 3) $2,5$; 4) 3</td></tr>
<tr><td>А5</td><td>Найдите область определения функции $y = \sqrt{\log_{0,2}|4-x|}$</td><td>1) $[3;+\infty)$; 2) $(-\infty;3]$; 3) $[3;4)$; 4) $(-\infty;4)$</td></tr>
<tr><td colspan="3">В) Напишите правильный ответ</td></tr>
<tr><td>В1</td><td colspan="2">Найдите произведение корней уравнения $\log_x 2 + \log_{2x} 2 = \log_4 2$</td></tr>
<tr><td>В3</td><td colspan="2">Если x_0 и y_0 - решение системы уравнений $\begin{cases} x + 2y = 5, \\ \log_{16}|y+x| = 0,5; \end{cases}$ то значение выражения $2x_0 + y_0$ равно</td></tr>
</table>

С) Приведите подробное решение данного задания.	
С	При каких значениях параметра a уравнение $\log_3\lvert 2a-9^x\rvert = x$ не имеет корней

Решение логарифмических уравнений Вариант 2		
А) Выберите номер правильного ответа		
А1	Если x_0 - корень уравнения $\log_{0,5}\lvert 3x+1\rvert = -2$, то значение выражения $x_0^2 - x_0$ равно	**1)** 45; **2)** 20; **3)** 4; **4)** 31
А2	Найдите произведение корней уравнения $\lg^2 x - \lg x^2 - 3 = 0$	**1)** 1000; **2)** $0,01$; **3)** $0,1$; **4)** 100
А3	Найдите сумму корней уравнения $\log_6\lvert 4x^2+32\rvert - 2 = \log_6 x$	**1)** 9; **2)** 11; **3)** -10; **4)** 3
А5	Найдите область определения функции $y=\sqrt{\log_{0,5}\lvert x+1\rvert}$	**1)** $(-1;0)$; **2)** $(-1;0]$; **3)** $(-\infty;0]$; **4)** $(-1;+\infty)$
В) Напишите правильный ответ		
В1	Найдите наименьший корень равнения $\log_2 x + \log_3 x = 1$	
В3	Если x_0 и y_0 - решение системы уравнений $\begin{cases} 3x+2y=5, \\ \log_{16}\lvert y+x\rvert = 0,25; \end{cases}$ то значение выражения $2x_0+y_0$ равно	
С) Приведите подробное решение данного задания.		
С	При каких значениях параметра a уравнение $\log_2\lvert a^3+4^x\rvert - x = 0$ имеет ровно два корня	

Критерии оценки практической работы:

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	Балл (отметка)	Вербальный аналог
90-100%	5	отлично
80-89%	4	хорошо
70-79%	3	удовлетворительно
Менее 70%	2	неудовлетворительно

Практическоезанятие № 8.

Тема: Решение задач на параллельность прямых в пространстве

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: закрепить и систематизировать знания обучающихся о параллельности прямых и плоскостей в пространстве; определить уровень усвоения знаний по данной теме; оценить результат деятельности обучающихся.

Литература:

М.И. Башмаков / Математика: М.: Издательский центр «Академия», 2013г.

А.В. Погорелов, «Геометрия»

Таблица умножения.

Инструкция по выполнению практической работы.

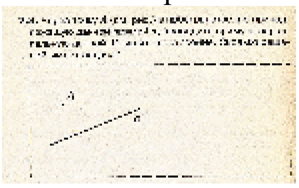
ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:

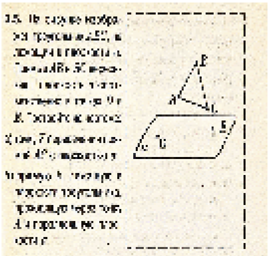
1. Изучить теоретический материал (А.В. Погорелов, «Геометрия», параграф 16, «Параллельность прямых и плоскостей»);
2. Выполнить задания практической работы;
3. Оформить отчет о работе.

Варианты практической работы

вариант 1

1. Через точку А (см.рис.) в пространстве, не принадлежащую данной прямой *а*, проведите прямую, параллельную данной. Опишите построение. Сколько решений имеет задача?





2. На рисунке изображен треугольник ABC, не лежащий в плоскости α. Прямые AB и BC пересекают плоскость α соответственно в точках D и E. Постройте на чертеже:

а) точку F пересечения прямой AC с плоскостью α;

б) прямую *к*, лежащую в плоскости треугольника, проходящую через точку А и параллельную плоскости α.

3. Плоскость *α* пересекает стороны AB и BC треугольника ABC в точкахD и E соответственно, причем AC || α. Найдите AC, если BD : AD = 3 : 4 и D E = 10 см.

а) 12,5 см; б) 7,5 см; в) 24 см; г) $23\frac{1}{3}$ см.

4. Отрезок AB пересекает плоскость α, точка C середина AB. Через точки A, B и C проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость α в точках A_1, B_1 и C_1. Найдите CC_1, если$AA_1 = \frac{6}{\sqrt{2}}$ дм и $BB_1 = \sqrt{2}$ дм.

а) 4 дм; б) $4\sqrt{2}$ дм; в) $\sqrt{2}$ дм; г) $2\sqrt{2}$ дм.

5. Сторону CD треугольника CDE пересекают плоскости α и β, параллельные стороне CEсоответственно в точках K и P, а сторону DE — в точках M и N, причем DK вдвое меньше PK, аCP вдвое больше PK. Найдите CE, если KM = 6 см.

а) 40 см; б) 36 см; в) 48 см; г) 42 см.

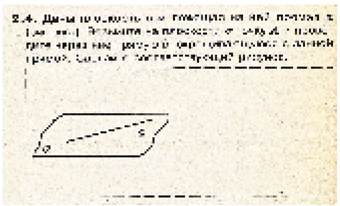
6. Отметьте верные утверждения.

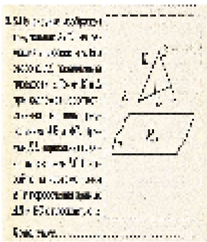
- Прямая параллельная плоскости, параллельна любой прямой, лежащей в этой плоскости;
- Существует единственная прямая, параллельная данной плоскости и проходящая через точку, не принадлежащую этой плоскости;
- Существует бесконечное множество прямых, параллельных данной плоскости и проходящих через точку, не принадлежащую этой плоскости;

- Через одну из двух параллельных прямых можно провести бесконечное множество плоскостей, параллельных другой прямой;
- Существует единственная плоскость, параллельная данной прямой и проходящая через точку, не принадлежащую этой прямой;
- Существует бесконечное множество плоскостей, параллельных данной прямой и проходящих через точку, не принадлежащую этой прямой.

вариант 2

1. Даны плоскость α и лежащая на ней прямая *a* (см.рис.). Возьмите на плоскости α точку А и проведите через неё прямую b, скрещивающуюся с данной прямой. Сделайте соответствующий рисунок.





2. На рисунке изображен треугольник ABC, не лежащий в плоскости α. Его сторона AC параллельна плоскости α. Точки К и L принадлежат соответственно сторонам треугольника AB и AC. Прямая KL пересекает плоскость α в точке М.
Постройте на чертеже точки Е и F пересечения прямых AB и BC с плоскостью α.

3. Плоскость β пересекает стороны MP и КР треуголь-
ника МРК соответственно в точках N и Е,причем МК || β. Найдите NE, если МК = 12 см и MN : NP =
= 3:5.

а)$8\frac{1}{3}$ см; б) 9 см; в) 7,5 см; г) 8,5 см.

4. Отрезок CD пересекает плоскость β, точка Е — середина CD. Через точки
C, D и Е проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость β соответственно в точках C_1 , D_1 и E_1.Найдите EE_1, если $CC_1 = \frac{6}{\sqrt{3}}$ см и $DD_1 = \sqrt{3}$ см.

а) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ см; б) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ см; в) $\sqrt{3}$ см; г) $2\sqrt{2}$ см.

5. Плоскости α и β, параллельные стороне AB треугольника ABC, пересекают сторону АС соответственно в точках N и М, а сторону ВС — в точках Е и К. Отрезок MN в три раза больше отрезка CN, а отрезок AM вдвое короче MN. Найдите AB, если NE = 12 см.

а) 64 см; б) 72 см; в) 60 см; г) 66 см.

6. Отметьте верные утверждения.
- Через точку, не принадлежащую данной плоскости, проходит единственная плоскость, параллельная данной;
- Если прямая, лежащая в одной плоскости, параллельна прямой, лежащей в другой плоскости, то эти плоскости параллельны;
- Если две прямые, лежащие в одной плоскости, соответственно параллельны двум прямым, лежащим в другой плоскости, то эти плоскости параллельны;
- Если плоскость пересекает две данные плоскости по параллельным прямым, то эти плоскости параллельны;
- Если две параллельные плоскости пересечены третьей, то линии их пересечения параллельны;
- Если две плоскости параллельны одной и той же прямой, то они параллельны.

Критерии оценки практической работы:

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	Балл (отметка)	Вербальный аналог
90-100%	5	отлично
80-89%	4	хорошо
70-79%	3	удовлетворительно
Менее 70%	2	неудовлетворительно

Практическоезанятие № 9

Тема: Параллельность прямых и плоскостей в пространстве

Цель работы: закрепить знания и умения студентов по освоению темы методом решения задач.

Литература:

М.И. Башмаков / Математика: М.: Издательский центр «Академия», 2013г.

А.В. Погорелов, «Геометрия»

Текст задания:

Вариант 1

1. Дан треугольник МКР. Плоскость, параллельная прямой МК, пересекает МР в точке $М_1$, РК – в точке $К_1$. МК = 18 см, МР : $М_1Р$ = 12 : 5. Найти длину отрезка $М_1К_1$.
2. На сторонах АВ и АС треугольника АВС взяты соответственно точки Д и Е так, что ДЕ = 6 см и ВД : ДА = 4 : 3. Плоскость α проходит через точки В и С параллельно отрезку ДЕ. Найти длину отрезка ВС.
3. Сторона АС треугольника АВС лежит в плоскости α. Через середину стороны АВ – точку М – проведена плоскость β, параллельная плоскости α и пересекающая сторону ВС в точке К. АС = 10 см. Найти длину отрезка МК.
4. Три прямые, проходящие через одну точку и не лежащие в одной плоскости, пересекают одну из плоскостей в точках $А_1$, $В_1$и $С_1$, а другую – в точках $А_2$, $В_2$ и $С_2$. Причем $А_1$ – середина $А_2М$. Площадь треугольника $А_1В_1С_1$ равна 5 см^2. Найти площадь треугольника $А_2В_2С_2$.

Вариант 2

1. Дан треугольник ВСЕ. Плоскость, параллельная прямой СЕ, пересекает ВЕ в точке $Е_1$, ВС – в точке $С_1$. ВС = 28 см, $С_1Е_1$: СЕ = 3 : 8. Найти длину отрезка $ВС_1$.
2. На сторонах АВ и АС треугольника АВС взяты соответственно точки Д и Е так, что ДЕ = 6 см и ВД : ДА = 2 : 3. Плоскость α проходит через точки В и С параллельно отрезку ДЕ. Найти длину отрезка ВС.
3. Сторона АВ треугольника АВС лежит в плоскости α. Через середину стороны АС – точку Р – проведена плоскость β, параллельная плоскости α и пересекающая сторону ВС в точке Е. РЕ = 7 см. Найти длину отрезка АВ.
4. Три прямые, проходящие через одну точку и не лежащие в одной плоскости, пересекают одну из параллельных плоскостей в точках $М_1$, N_1 и $К_1$, а другую – в точках $М_2$, N_2 и $К_2$. Причем $АМ_2 = 2АМ_1$. Площадь треугольника $М_2N_2К_2$ = 10 см^2. Найти площадь треугольника $М_1N_1К_1$.

Критерии оценки практической работы:

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	Балл (отметка)	Вербальный аналог
90-100%	5	отлично
80-89%	4	хорошо
70-79%	3	удовлетворительно
Менее 70%	2	неудовлетворительно

Практическое занятие №10

Тема: Решение задач на параллельность плоскостей в пространстве

<u>Цель работы:</u>

- формирование логического мышления, пространственного воображения через решение задач;
- развить умение составлять наглядные рисунки для задач;
- воспитывать самостоятельные навыки.

Ход работы:

1. Ответить на контрольные вопросы:

1). Записать признак параллельности прямой и плоскости (с рисунком).

2). Записать признак скрещивающихся прямых (с рисунком).

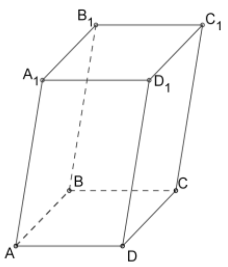
3). Записать признак параллельности плоскостей (с рисунком).

2. Выполнить контрольное задание.

<u>Образец выполнения заданий.</u>

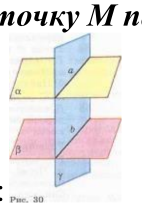
1. Построить параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$ и найти пары:
1) параллельные прямые к AB; 2) скрещивающиеся прямые к BC.

Решение:



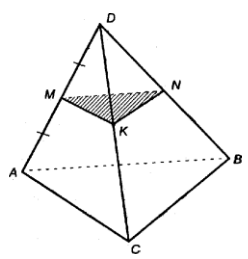
1). A_1B_1, CD и C_1D_1; 2) A_1B_1 и D_1C_1, AA_1 и DD_1

2. ***Точка M лежит на середине ребра AD тетраэдра DABC. Построить сечение тетраэдра плоскостью, проходящей через точку M параллельно основанию ABC.***



Решение:

Т.к. секущая плоскость проходит параллельно основанию => отрезки параллельных плоскостей будут параллельны по свойству параллельности плоскостей (1°. Если 2-е параллельные плоскости пересечены третьей, то линии их пересечения будут параллельны).



1. Построим через т. M, MN∥AB.
2. Построим через т. N, NK∥BC.
3. Соединим MK по 2*.
4. MNK - искомое сечение.

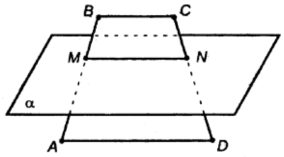
3. Средняя линия трапеции лежит в плоскости α. Докажите, что основания трапеции параллельны плоскости α.

Дано:

ABCD - трапеция

MN - средняя линия трапеции, MN ⊂α.

Доказать: BC∥α, AD∥α.



Доказательство:

Т.к. MN - средняя линия трапеции, то по свойству средней линии MN∥AD, MN∥BC =>

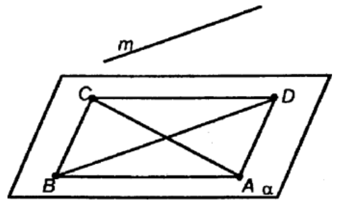
BC∥α, AD∥α по признаку параллельности прямой и плоскости (***Признак (Í - ти прямой и плоскости):*** Если прямая, не

лежащая в данной плоскости, параллельна какой-нибудь прямой, лежащей в этой плоскости, то она параллельна данной плоскости).
ч.т.д.

4. Прямая m параллельна диагонали BD ромба ABCD и не лежит в плоскости ромба. Докажите, что m и AC - скрещивающиеся прямые.

Дано:
ABCD - ромб
m‖BD, m⊄α.
Доказать: m∸AC.

Доказательство:



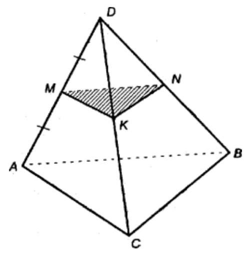
Т.к. прямая m‖BD => m‖ ABCD по признаку параллельности прямой и плоскости. По определению параллельных прямых m и BD лежат в одной плоскости, а т.к. AC ∩ BD в точке не лежащей на прямой m, то по признаку скрещивающихся прямых, m∸AC(***Признак (∸ прямых):*** Если одна из 2-х прямых лежит в некоторой плоскости, а другая пересекает эту плоскость в точке, не лежащей на первой прямой, то эти прямые скрещивающиеся).
ч.т.д.

5. Дан тетраэдр SABC. Точки M,N и K - середины ребер DA,DB и DC. Доказать, что плоскость MNK‖ABC.

Дано:
SABC - тетраэдр
Точки M,N и K - середины ребер DA,DB и DC.
Доказать: MNK‖ABCD.

Доказательство:

Т.к. точки M,N и K - середины ребер DA,DB и DC => MN, NK и MK - средние линии ΔDAB, ΔDBC и ΔADC соответственно. По свойству средней линии треугольникаMN‖AB, NK‖BC и MK‖AC. По признаку параллельности плоскостей, MNK‖ABCD (***Признак (‖ - ти плоскостей)***:Если две пересекающиеся прямые одной плоскости, соответственно параллельны двум пересекающимся другой плоскости, то эти плоскости параллельны).
ч.т.д.



Выполнить самостоятельно:

I вариант

II вариант

1. Построить параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$ и найти пары:
1) параллельные прямые к AD;
2) скрещивающиеся прямые к AB.

1. Построить параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$ и найти пары:
1) параллельные прямые к C_1D_1 ;
2) скрещивающиеся прямые к A_1D_1.

2. Точка M лежит на середине ребра AD тетраэдра DABC. Построить сечение тетраэдра плоскостью, проходящей через точку M параллельно плоскости BDC.

2. Точка M лежит на середине ребра DC тетраэдра DABC. Построить сечение тетраэдра плоскостью, проходящей через точку M параллельно плоскости ADB.

3. Точка M ¼ плоскости параллелограмма ABCD. Доказать, что CD Î ABM.

3. т.А » α и т.В » α, а точка С ¼ α. Докажите, что прямая проходящая через середины АС и ВС Î -на плоскости α.

4. Даны параллелограмм ABCD и трапеция ABEK с основанием EK, не лежащие в одной плоскости. Докажите, что AD∸EK.

4. Дан параллелограмм ABCD м точка S∉ABCD. Точки M и N - середины SBи SC. Доказать, что MN∸CD.
5. Дан параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Точки K,L,M и N середины сторонAD,BC, B_1C_1 и A_1D_1 соответственно. Докажите плоскость KLMN∥ABB_1A_1.
5. Дана четырехугольная пирамида SABCD.
Точки K,L,M и N - середины ребер SA,SB,SC и SD соответственно. Доказать, что плоскость KLMN∥ABCD.

Критерии оценки практической работы:

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	Балл (отметка)	Вербальный аналог
90-100%	5	отлично
80-89%	4	хорошо
70-79%	3	удовлетворительно
Менее 70%	2	неудовлетворительно

Практическое занятие № 12

Тема: Решение задач на перпендикулярность прямой и плоскости

Цель работы: закрепить знания и умения студентов по освоению темы методом решения задач.

Литература:

М.И. Башмаков / Математика: М.: Издательский центр «Академия», 2013г.

А.В. Погорелов, «Геометрия»

Таблица умножения.

Инструкция по выполнению практической работы.

Текст задания:

Вариант 1

1. Отрезок АВ перпендикулярен плоскости α, АС принадлежит плоскости α, СМ = МВ, АМ = 2,5см, АС = 3см. Найти длину отрезка АВ.
2. АВСД – квадрат и точка S не принадлежащая плоскости квадрата, АВ = √2см. Диагонали квадрата пересекаются в точке О. Отрезок SO перпендикулярен плоскости квадрата и равен √3см. Найти расстояние от точки S до вершин квадрата.
3. Отрезок АВ перпендикулярен плоскости α, наклонная АС равная 16см, проведена под углом в 30^0 к плоскости α, а проекция ВД наклонной АД равна 6см. Найти длину наклонной АД.
4. Через сторону АД длиной 4см прямоугольника АВСД проведена плоскость α, составляющая со стороной АВ угол 30^0. Расстояние от стороны ВС до плоскости α равно 1,5см. Найти диагональ прямоугольника.
5. В прямоугольном треугольнике АВС, угол С прямой, АВ = 5см, АС = √13см. Из точки Д опущен перпендикуляр ДВ на плоскость треугольника АВС, угол между наклонной ДС и её проекцией ВС равен 30^0. Найти длину перпендикуляра ДВ.

Вариант 2

1. АВСД – параллелограмм, диагональ ВД принадлежит плоскости α, диагональ АС перпендикулярна плоскости α, сторона АВ равна 5см. Найти периметр параллелограмма.
2. Треугольник АВС – правильный, АВ = 3см, высоты АМ и СК пересекаются в точке О. Из точки Д не принадлежащей плоскости АВС опущен перпендикуляр ДО равный 1см. Найти расстояние от точки Д до вершин треугольника.
3. Отрезок АВ перпендикулярен плоскости α, наклонная АС равная 6√2см, проведена под углом в 45^0 к плоскости α, а проекция ВД наклонной АД равна 8см. Найти длину наклонной АД.
4. Через сторону АД квадрата АВСД проведена плоскость α, составляющая с его диагональю АС угол 30^0. Площадь квадрата равна $32 см^2$. Найти расстояние от стороны ВС до плоскости α.
5. В прямоугольном треугольнике АВС, угол С прямой, АВ = 15см, ВС = 9см. Из точки Д опущен перпендикуляр ДА на плоскость треугольника АВС равный 5см. Найти расстояние от точки Д до прямой ВС.

Критерии оценки практической работы:

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	Балл (отметка)	Вербальный аналог
90-100%	5	отлично
80-89%	4	хорошо
70-79%	3	удовлетворительно
Менее 70%	2	неудовлетворительно

Практическое занятие№14

Тема:Решение задач на перпендикулярность плоскостей

Цели: 1. Сформулировать и доказать признак перпендикулярности двух плоскостей

2. Практическим путём определить основные понятия, признаки, доказать теоремы.

Оборудование: модели, чертежи.

Литература:

М.И. Башмаков / Математика: М.: Издательский центр «Академия», 2013г.

А.В. Погорелов, «Геометрия»

Таблица умножения.

Инструкция по выполнению практической работы.

Ход работы:

1. Смоделировать случай, когда плоскость α проходит через прямую АВ, перпендикулярную плоскости β. (Сделать чертёж. $A \in \beta$). Записать

Дано:

2. Каково взаимное расположение плоскостей α и β ?

3. Обозначьте линию пересечения плоскостей АС.

4. Каково взаимное расположение прямых АВ и АС? Ответ обоснуйте.

5. Проведите $AD \perp AC, AD \in \beta$.

6. Запишите двугранный угол, образованный при пересечении плоскостей α и β

Чему равна его градусная мера? Ответ обоснуйте.

7. Сделайте вывод о взаимном расположении α и β .

<u>Вывод:</u>

Сформулировать признак перпендикулярности двух плоскостей.

Если одна из двух плоскостей проходит через прямую, ………………

…………………………….. к другой ……………………, то такие плоскости ……

Критерии оценки практической работы:

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	Балл (отметка)	Вербальный аналог
90-100%	5	отлично
80-89%	4	хорошо
70-79%	3	удовлетворительно
Менее 70%	2	неудовлетворительно

Практическое занятие № 16

Тема: Решение задач на подсчет числа перестановок, размещений сочетаний

<u>Цель работы:</u> закрепить знания и умения студентов по освоению темы

Литература:

М.И. Башмаков / Математика: М.: Издательский центр «Академия», 2013г.

А.В. Погорелов, «Геометрия»

Таблица умножения.

Инструкция по выполнению практической работы.

Теоретическое обоснование: Элементы комбинаторики

Рассмотрим некоторое множество *X*, состоящее из *n* элементов $X=\{x_1,x_2,\dots,x_n\}$. Будем выбирать из этого множества различные упорядоченные подмножества Y из *k* элементов.

Размещением из *n* элементов множества *X* по *k* элементам назовем любой упорядоченный набор $(x_{i_1},x_{i_2},\dots,x_{i_k})$ элементов множества *X*.

Если выбор элементов множества Y из *X* происходит с возвращением, т.е. каждый элемент множества *X* может быть выбран несколько раз, то число размещений из *n* по *k* находится по формуле n^k (***размещения с повторениями***).

Если же выбор делается без возвращения, т.е. каждый элемент множества *X* можно выбирать только один раз, то количество размещений из *n* по *k* обозначается A_n^k и определяется равенством $A_n^k=n(n-1)\dots(n-k+1)=\dfrac{n!}{(n-k)!}$ (***размещения без повторений***).

Пример. Пусть даны шесть цифр: 1; 2; 3; 4; 5; 6. Определить сколько трехзначных чисел можно составить из этих цифр.

Решение. Если цифры могут повторяться, то количество трехзначных чисел будет $m=n^k=6^3=216$. Если цифры не повторяются, то $m=A_6^3=6\cdot5\cdot4=120$.

Пример. Студенты института изучают в каждом семестре по десять дисциплин. В расписание занятий включаются каждый день по 3 дисциплины. Сколько различных расписаний может составить диспетчерская?

Решение. Расписание на каждый день может отличаться либо предметами, либо порядком расположения этих предметов, поэтому имеем размещения: $A_{10}^3=10\cdot9\cdot8=720$.

Частный случай размещения при *n*=*k* называется ***перестановкой*** из *n* элементов. Число всех перестановок из *n* элементов равно $A_n^n=P_n=n!$.

Пример. 30 книг стоит на книжной полке, из них 27 различных книг и одного автора три книги. Сколькими способами можно расставить эти книги на полке так, чтобы книги одного автора стояли рядом?

Решение. Будем считать три книги одного автора за одну книгу, тогда число перестановок будет P_{28}. А три книги можно переставлять между собой P_3 способами, тогда по правилу произведения имеем, что искомое число способов равно: $P_3 * P_{28}$=3!*28!

Пусть теперь из множества *X* выбирается неупорядоченное подмножество Y (порядок элементов в подмножестве не имеет значения). ***Сочетаниями*** из *n* элементов по *k* называются подмножества из *k* элементов, отличающиеся друг от друга хотя бы одним элементом. Общее число всех сочетаний из *n* по *k* обозначается C_n^k и равно

$$C_n^k=\frac{A_n^k}{k!}=\frac{n!}{(n-k)!k!}=\frac{n(n-1)\dots(n-k+1)}{k!}$$

Справедливы равенства: $C_n^0=1$, $C_n^n=1$, $C_n^k=C_n^{n-k}$.

Пример. В группе из 27 студентов нужно выбрать трех дежурных. Сколькими способами можно это сделать?

Решение. Так как порядок студентов не важен, используем формулу для числа сочетаний: $m=C_{27}^3=\dfrac{27!}{3!24!}=\dfrac{27\cdot26\cdot25}{1\cdot2\cdot3}=2925$.

При решении задач комбинаторики используют следующие правила:

Правило суммы. Если некоторый объект А может быть выбран из совокупности объектов m способами, а другой объект В может быть выбран n способами, то выбрать либо А, либо В можно m + n способами.
Правило произведения. Если объект А можно выбрать из совокупности объектов m способами и после каждого такого выбора объект В можно выбрать n способами, то пара объектов (А, В) в указанном порядке может быть выбрана m*n способами.
Пример. Наряд студентки состоит из блузки, юбки и туфель. Девушка имеет в своем гардеробе четыре блузки, пять юбок и трое туфель. Сколько нарядов может иметь студентка?
Решение. Пусть сначала студентка выбирает блузку. Этот выбор может быть совершен четырьмя способами, так как студентка имеет четыре блузки, затем пятью способами произойдет выбор юбки и тремя способами выбор туфель. По принципу умножения получается 4*5*3=60 нарядов (комбинаций).
Текст задания:адача 1. У мамы 2 яблока и 3 груши. Каждый день в течение 5 дней подряд она выдает по одному фрукту. Сколькими способами это может быть сделано?
Задача 2. Предприятие может предоставить работу по одной специальности 4 женщинами, по другой - 6 мужчинам, по третьей - 3 работникам независимо от пола. Сколькими способами можно заполнить вакантные места, если имеются 14 претендентов: 6 женщин и 8 мужчин?
Задача 3. В пассажирском поезде 9 вагонов. Сколькими способами можно рассадить в поезде 4 человека, при условии, что все они должны ехать в различных вагонах?
Задача 4. *В группе 9 человек. Сколько* можно образовать разных подгрупп при условии, что в подгруппу входит не менее 2 человек?
Задача 5. Группу из 20 студентов нужно разделить на 3 бригады, причем в первую бригаду должны входить 3 человека, во вторую — 5 и в третью — 12. Сколькими способами это можно сделать.
Задача 6. Для участия в команде тренер отбирает 5 мальчиков из 10. Сколькими способами он может сформировать команду, если 2 определенных мальчика должны войти в команду?
Задача 7. В шахматном турнире принимали участие 15 шахматистов, причем каждый из них сыграл только одну партию с каждым из остальных. Сколько всего партий было сыграно в этом турнире?
Задача 8. Сколько различных дробей можно составить из чисел 3, 5, 7, 11, 13, 17 так, чтобы в каждую дробь входили 2 различных числа? Сколько среди них будет правильных дробей?
Задача 9. Сколько слов можно получить, переставляя буквы в слове Гора и Институт?
Задача 10. Каких чисел от 1 до 1 000 000 больше: тех, в записи которых встречается единица, или тех, в которых она не встречается?

Критерии оценки практической работы:

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	Балл (отметка)	Вербальный аналог
90-100%	5	отлично
80-89%	4	хорошо
70-79%	3	удовлетворительно
Менее 70%	2	неудовлетворительно

Практическое занятие №18

Тема: Решение задач на действия с векторами
Цель работы:

- обобщить знания по теме;
- вспомнить основные понятия темы «Векторы»,
- применять на практике основополагающие понятия по теме

«Векторы. Координаты вектора. Модуль вектора».

Норма времени:3часа.

Материально-техническое обеспечение:тетрадь для практических работ,ручка, карандаш, линейка, калькулятор.

Ход работы

I вариант	**II вариант**
1. Определение вектора 2. Модуль вектора 3. Как найти координаты вектора 4. Найдите координаты вектора AB, если A(5;-1;3) и B(2;-2;4). 5. Даны векторы (5; −1; 2) и (3; 2; −4)Найдите_ 6. Найдите площадь треугольника ABC, если A(2;3;4), B (-3;-2;5), C (3;-4;-4)	1. Определение вектора 2. Модуль вектора 3. Как найти координаты вектора 4. Найдите координаты вектора СД, если C(6;3;-2) и D(2;4;-5). 5. Даны векторы → 3; 1; −2 и → 1; 4; −3 . Найдите_ → c 6. Найдите площадь треугольника BCE, если B (3;1;2), C (-2;-1;4), C (2;-2;-2)

Критерии оценки практической работы:

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	Балл (отметка)	Вербальный аналог
90-100%	5	отлично
80-89%	4	хорошо
70-79%	3	удовлетворительно
Менее 70%	2	неудовлетворительно

Литература:

1. Алгебра и начала анализа 10-11 классы: Учебник / Под ред. А.Н. Колмогорова. – 10-е изд., стереотип. – М.: Просвещение, 2000.
2. Мордкович, А.Г. Алгебра и начала математического анализа 10-11 классы: В 2-х частях. Ч. 1. Учебник. / А.Г. Мордкович. – 14-е изд., стереотип. – М.: Мнемозина, 2013.

Практическое занятие №20

Тема: Решение упражнений на основные тригонометрические тождества.

Цели:

Образовательная: добиться понимания основных тригонометрических тождеств с умением применять их при решении упражнений

Воспитательная: воспитание самостоятельности, усердия и точности при решении задач

Развивающая: развитие творческой самостоятельности
Оборудование: доска, компьютер, проектор, экран, индивидуальные карточки задания.
Использование элементов педагогических технологий:
1) разноуровневого обучения;
2)здоровьесберегающих (чередование видов деятельности)
3)информационно-коммуникационных
4)личностно-ориентированных
Результативность:
формирование компетенций: учебно-познавательной, личного самосовершенствования
План занятия.
1.Подготовительный этап.
Повторение опорных знаний
-Определение тригонометрических функций
-Знаки тригонометрических функций по четвертям
-Периодичность тригонометрических функций
-Основные тригонометрические тождества
-Формулы приведения
2.Теоретический этап.
Применение знаний при решении типовых заданий
2.1 Определить знак выражения
tg190*ctg170
2.2 Вычислить: cos(-420°)
2.3 Вычислить: cos a, tg a, ctg a, если sin a=, a ε(- ; П)
2.4 Вычислить: sin a, ctg a, cos a, если tg a= 2,a ε(П;)
2.5 Упростить:
3.Практический этап.
Самостоятельное применение умений и знаний
Провести самостоятельную работу в 15 вариантах**(Приложение 1)**
Список литературы
1.Алимова Ш.А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа(базовый и углубленный уровни). 10-11 классы.- М., 2014г.
Критерии оценки практической работы:

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	Балл (отметка)	Вербальный аналог
90-100%	5	отлично
80-89%	4	хорошо
70-79%	3	удовлетворительно
Менее 70%	2	неудовлетворительно

Практическоезанятие№ 21

<u>Тема:</u> Решение простейших тригонометрических уравнений
<u>Цель работы:</u> закрепить знания и умения студентов по освоению формул.
Литература:
М.И. Башмаков / Математика: М.: Издательский центр «Академия», 2013г.
А.В. Погорелов, «Геометрия»

Таблица умножения.

Инструкция по выполнению практической работы.

<u>Теоретическое обоснование:</u>

Решение простейших тригонометрических уравнений

Уравнение	Общее решение	Частные случаи		
		$a=-1$	$a=0$	$a=1$
$\sin x=a,$ $\lvert a\rvert\le 1$	$x=(-1)^n\arcsin a+\pi n$	$x=-\dfrac{\pi}{2}+2\pi n$	$x=\pi n$	$x=\dfrac{\pi}{2}+2\pi n$
$\cos x=a,$ $\lvert a\rvert\le 1$	$x=\pm\arccos a+2\pi n$	$x=\pi+2\pi n$	$x=\dfrac{\pi}{2}+\pi n$	$x=2\pi n$
$\operatorname{tg} x=a,$ $a\in(-\infty;\infty)$	$x=\operatorname{arctg} a+\pi n$	$x=-\dfrac{\pi}{4}+\pi n$	$x=\pi n$	$x=\dfrac{\pi}{4}+\pi n$
$\operatorname{ctg} x=a,$ $a\in(-\infty;\infty)$	$x=\operatorname{arcctg} a+\pi n$	$x=\dfrac{3\pi}{4}+\pi n$	$x=\dfrac{\pi}{2}+\pi n$	$x=\dfrac{\pi}{4}+\pi n$

Вариант №1

1. Решите уравнение: $2\cos x=\dfrac{\sqrt{8}}{2}$.

1) $(-1)^n\frac{\pi}{4}+\pi n,\ n\in Z$ 2) $\pm\frac{\pi}{4}+\pi n,\ n\in Z$

3) $\frac{\pi}{4}+\frac{\pi n}{2},\ n\in Z$ 4) $\pm\frac{\pi}{4}+2\pi n,\ n\in Z$

2. Решите уравнение: $\operatorname{tg}(\pi-x)+\sqrt{3}=0$.

1) $\frac{\pi}{6}+\pi n,\ n\in Z$ 2) $\frac{\pi}{3}+\pi n,\ n\in Z$

3) $\frac{\pi}{3}+2\pi n,\ n\in Z$ 4) $\frac{\pi}{6}+2\pi n,\ n\in Z$

3. Решите уравнение: $\sin\left(-\frac{x}{2}\right)+\frac{1}{2}=0$.

1) $\pm\frac{\pi}{6}+2\pi n,\ n\in Z$ 2) $\pm\frac{\pi}{3}+2\pi n,\ n\in Z$

3) $(-1)^n\frac{\pi}{6}+\pi n,\ n\in Z$ 4) $(-1)^n\frac{\pi}{3}+2\pi n,\ n\in Z$

4. Решите уравнение: $2\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)-\sqrt{2}=0$.

1) $(-1)^n\frac{\pi}{4}+2\pi n,\ n\in Z$ 2) $\frac{\pi}{4}+2\pi n,\ n\in Z$

3) $\pm\frac{\pi}{4}+2\pi n,\ n\in Z$ 4) $(-1)^n\frac{\pi}{4}+\pi n,\ n\in Z$

5. Найдите решения уравнения: $2\,\mathrm{tg}^2\,x = \frac{1}{\cos^2 x} - 1$.

1) $\frac{\pi n}{2},\ n \in Z$ 2) $\frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in Z$

3) $3\pi n,\ n \in Z$ 4) $\pi n,\ n \in Z$

6. Найдите решения уравнения: $\mathrm{ctg}\left(\frac{\pi}{2}x - \pi\right) = 1$.

1) $\frac{1}{2} + 2n,\ n \in Z$ 2) $\pm\frac{1}{2} + n,\ n \in Z$

3) $-\frac{1}{2} + n,\ n \in Z$ 4) $\frac{1}{2} + \frac{n}{2},\ n \in Z$

7. Укажите наименьший положительный корень уравнения
$\sin\frac{\pi}{2} \cdot \mathrm{tg}(-x) = -\frac{1}{\sqrt{3}}$.

1) $\frac{\pi}{3}$ 2) $\frac{\pi}{6}$ 3) $\frac{5\pi}{4}$ 4) $\frac{\pi}{2}$

8. При каких значениях x значение функции $f(x) = 4\sin\frac{x}{2} \cdot \cos\frac{x}{2} - 1$ равно 0?

1) $\pi n,\ n \in Z$ 2) $(-1)^n\frac{\pi}{6} + \pi n,\ n \in Z$

3) $\pm\frac{\pi}{6} + \pi n,\ n \in Z$ 4) $(-1)^n\frac{\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in Z$

Вариант №2

1. Решите уравнение: $3\,\mathrm{tg}\,x = \sqrt{3}$.

1) $\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$ 2) $\pm\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$

3) $\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$ 4) $\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in Z$

2. Решите уравнение: $\cos\frac{x}{2} = \frac{1}{2}$.

1) $\pm\frac{2\pi}{3} + 4\pi n,\ n \in Z$ 2) $\pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in Z$

3) $\pm\frac{\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in Z$ 4) $(-1)^n\frac{\pi}{6} + \pi n,\ n \in Z$

3. Решите уравнение: $1 + \sin(\pi - x) = 0$.

1) $-\frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in Z$ 2) $\frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in Z$

3) $\pm\frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in Z$ 4) $\frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in Z$

4. Найдите решения уравнения: $\operatorname{ctg}^2 x = 1 - \frac{1}{\sin^2 x}$.

1) $\frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in Z$ 2) $\frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in Z$

3) $\frac{\pi n}{2},\ n \in Z$ 4) $\pi n,\ n \in Z$

5. Найдите решения уравнения: $4\cos\frac{\pi}{3}\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = -\sqrt{3}$.

1) $\pm\frac{\pi}{6} + \pi n,\ n \in Z$ 2) $\pm\frac{5\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in Z$

3) $\pm\frac{5\pi}{6} + \pi n,\ n \in Z$ 4) $\pm\frac{\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in Z$

6. Укажите наименьший положительный корень уравнения $\cos\pi \operatorname{ctg}(-x) = -\sqrt{3}$.

1) $\frac{\pi}{6}$ 2) $\frac{5\pi}{6}$ 3) $\frac{\pi}{3}$ 4) $\frac{\pi}{4}$

7. При каких значениях x значение функции $f(x) = 8\sin\frac{x}{3}\cos\frac{x}{3} - 2\sqrt{2}$ равно 0?

1) $\pm\frac{3\pi}{8} + 3\pi n,\ n \in Z$ 2) $(-1)^n\frac{3\pi}{8} + \frac{3\pi n}{2},\ n \in Z$

3) $(-1)^n\frac{\pi}{6} + \frac{2\pi n}{3},\ n \in Z$ 4) $(-1)^n\frac{3\pi}{4} + \pi n,\ n \in Z$

8. Укажите абсциссы точек пересечения графиков функций $f(x) = 2\operatorname{tg}^2 x + \sin^2 x,\ g(x) = 1 + \operatorname{tg}^2 x - \cos^2 x$.

1) $4\pi n,\ n \in Z$ 2) $\frac{\pi n}{2},\ n \in Z$

3) $\pi n,\ n \in Z$ 4) $\sqrt{2\pi n},\ n \in Z$

Критерии оценки практической работы:

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	Балл (отметка)	Вербальный аналог
90-100%	5	отлично
80-89%	4	хорошо
70-79%	3	удовлетворительно
Менее 70%	2	неудовлетворительно

Практическое занятие №22

Тема: Решение тригонометрических уравнений

Цель работы: закрепить знания и умения студентов по освоению методов решения тригонометрических уравнений и неравенств.

Литература:

М.И. Башмаков / Математика: М.: Издательский центр «Академия», 2013г.

А.В. Погорелов, «Геометрия»

Таблица умножения.

Инструкция по выполнению практической работы.

Теоретическое обоснование:

1. Решение тригонометрических уравнений

1. Уравнения, сводящиеся к квадратам

Задача 1.

Решить уравнение $\sin^2 x + \sin x - 2 = 0$.

Решение.

Это уравнение является квадратным относительно sin x. Если мы обозначим $\sin x = y$, то наше уравнение примет вид: $y^2 + y - 2 = 0$. Решив это уравнение, мы получаем его корни: $y_1 = 1$, $y_2 = -2$. Таким образом, решение исходного уравнения свелось к решению простейших уравнений $\sin x = 1$ и $\sin x = -2$.

Корнем уравнения $\sin x = 1$ является $x = \pi/2 + 2\pi n$, $n € Z$; уравнение $\sin x = -2$ не имеет корней.

Ответ. *$x = \pi/2 + 2\pi n$, $n € Z$.*

Задача 2.

Решить уравнение $2 \cos^2 x - 5 \sin x + 1 = 0$.

Решение.

Заменим $\cos^2 x$ на $1 - \sin^2 x$ и получим: $2(1 - \sin^2 x) - 5 \sin x + 1 = 0$,

или $2 \sin^2 x + 5 \sin x - 3 = 0$.

Обозначив $\sin x = y$, мы получили: $2y^2 + 5y - 3 = 0$, откуда $y_1 = -3$, $y_2 = 1/2$.

1) $\sin x = -3$ – уравнение не имеет корней, так как $|-3|> 1$.

2) $\sin x = 1/2$, $x = (-1)^n \arcsin 1/2 + \pi n = = (-1)^n \pi/6 + \pi n$, $n € Z$.

Ответ. *$x = (-1)^n \pi/6 + \pi n$, $n € Z$.*

2. Уравнения вида $a \sin x + b \cos x = c$

Задача 3.

Решить уравнение $2 \sin x - 3 \cos x = 0$.

Решение.

Разделим на cos x обе части уравнения и получим $2 \operatorname{tg} x - 3 = 0$, $\operatorname{tg} x = 3/2$, $x = \operatorname{arctg} 3/2 + \pi n$, $n € Z$.

Ответ. *$x = \operatorname{arctg} 3/2 + \pi n$, $n € Z$.*

3. Уравнения, решаемые разложением левой части на множители

Многие уравнения, в правой части которых располагается 0, решаются путем разложения на множители их левой части.

Задача 4.

Решить уравнение $\sin 2x - \sin x = 0$.

Решение.

Воспользуемся формулой синуса двойного аргумента и запишем уравнение в виде $2 \sin x \cos x - \sin x = 0$.

Общий множитель sin x вынесем за скобки и получим $\sin x(2 \cos x - 1) = 0$.

1) $\sin x = 0$, $x = \pi n$, $n € Z$.

2) $2 \cos x - 1 = 0$, $\cos x = 1/2$, $x = +/-\pi/3 + 2\pi n$, $n € Z$.

Ответ. *$x = +/-\pi/3 + 2\pi n$, $n € Z$.*

Задача 5.

Решить уравнение $\cos 3x + \sin 5x = 0$.

Решение.

Используя формулу приведения sin α = cos (π/2 – α), запишем уравнение в виде cos 3x + cos (π/2 – 5x)= 0.

Воспользуемся формулой для суммы косинусов и получим:

2 cos(π/4 – x) · cos (4x – π/4)= 0.

1) cos(π/4 – x) = 0, x – π/4 = π/2 + πn, x = 3/4 π + πn, n € Z;

2) cos (4x – π/4)= 0, 4x – π/4 = π/2 + πn, x = 3/16 π + (πn)/4, n € Z.

Ответ.x = 3/4π + πn, x = 3/16π + (πn)/4, n € Z.

Задача 6.

Решить уравнение sin 7x + sin 3x = 3 cos 2x.

Решение.

Применим формулу суммы синусов и запишем уравнение в виде

2 sin 5x · cos 2x = 3 cos 2x, или 2 sin 5x · cos 2x – 3 cos 2x = 0,

откуда cos 2x(sin 5x – 3/2) = 0.

Уравнение cos 2x = 0 имеет корни x = π/4 + (πn)/2, а уравнение sin 5x = 3/2 не имеет корней.

Ответ.x = π/4 + (πn)/2, n € Z.

1. ***Решите тригонометрические уравнения***

Решение тригонометрических уравнений Вариант 1		
А) Выберите номер правильного ответа		
А1	Решите уравнение: $\sin 3x - 1 = -0,5$	**1)** $(-1)^k \cdot \frac{\pi}{18} + \frac{\pi k}{3}$; **2)** $(-1)^k \cdot \frac{\pi}{9} + \frac{\pi k}{3}$; **3)** $(-1)^k \cdot \frac{\pi}{2} + \frac{\pi k}{3}$; **4)** $\pm\frac{\pi}{18} + \frac{\pi k}{3}$; $k \in Z$
А2	Решите уравнение: $\cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right) = 1$	**1)** $\frac{\pi}{8} + 4\pi n$; **2)** $\pm\frac{\pi}{2} + 2\pi n$; **3)** $\frac{\pi}{2} + 4\pi n$; **4)** $4\pi n$; $n \in Z$
А3	Решите уравнение: $tg\left(\frac{\pi}{8} - \frac{2x}{3}\right) = \sqrt{3}$	**1)** $-\frac{5\pi}{36} + 1,5\pi n$; **2)** $-\frac{5\pi}{16} + \frac{2}{3}\pi n$; **3)** $\frac{5\pi}{16} + \frac{3}{4}\pi n$; **;4)** $-\frac{5\pi}{16} + 1,5\pi n$; $n \in Z$
А4	Найдите сумму корней уравнения $ctg\left(2x + \frac{\pi}{5}\right) = 1$, принадлежащих промежутку $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{4}\right]$	**1)** $\frac{3\pi}{40}$; **2)** $\frac{\pi}{20}$; **3)** $-\frac{\pi}{40}$; **4)** 0
В) Напишите правильный ответ		
В1	Укажите количество корней уравнения $2\cos^2 x + 5\sin x = 5$, принадлежащих промежутку $[0;16]$	
В2	Решите уравнение: $\cos^2 4x + \sin^2 3x = 1$	
С) Приведите подробное решение данного задания.		
С	При каком наименьшем значении параметра a уравнение $\sqrt{5}\sin x - 2\cos x = a$ имеет множество решений? Решите уравнение при найденном значении параметра.	
Решение тригонометрических уравнений Вариант 2		
А) Выберите номер правильного ответа		
А1	Решите уравнение: $\sin 2x + 1 = 1,5$	**1)** $(-1)^k \cdot \frac{\pi}{3} + \frac{\pi k}{2}$; **2)** $(-1)^{k+1} \cdot \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{2}$;

		3) $(-1)^k\frac{\pi}{12}+\frac{\pi k}{2}$; **4)** $\pm\frac{\pi}{12}+\frac{\pi k}{2}$; $k\in Z$
A2	Решите уравнение: $\cos\left(\frac{\pi}{6}-\frac{x}{4}\right)=-1$	**1)** $\frac{14\pi}{3}+8\pi n$; **2)** $\frac{14\pi}{3}+2\pi n$; **3)** $\frac{7\pi}{24}+8\pi n$; **4)** $8\pi n$; $n\in Z$
A3	Решите уравнение: $tg\left(\frac{\pi}{6}-\frac{3x}{4}\right)=-\sqrt{3}$	**1)** $\frac{\pi}{2}+\frac{4\pi n}{3}$; **2)** $-\frac{\pi}{3}+\frac{4\pi n}{3}$; **3)** $\frac{4\pi}{3}+\frac{8\pi n}{3}$; **4)** $\frac{2\pi}{3}+\frac{4\pi n}{3}$; $n\in Z$
A4	Найдите сумму корней уравнения $ctg\left(3x+\frac{\pi}{7}\right)=-1$, принадлежащих промежутку $\left[-\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{4}\right]$	**1)** $\frac{5\pi}{84}$; **2)** $\frac{\pi}{14}$; **3)** $-\frac{\pi}{84}$; **4)** π
В) Напишите правильный ответ		
B1	Укажите количество корней уравнения $\cos 2x+\sqrt{2}\sin x=1$, принадлежащих промежутку $[-3;2]$	
B2	Решите уравнение: $\sin^2 x+\sin^2 2x=1$	
С) Приведите подробное решение данного задания.		
C	При каком наибольшем значении параметра a уравнение $\sqrt{7}\sin x+3\cos x=a$ имеет множество решений? Решите уравнение при найденном значении параметра.	
Решение тригонометрических уравнений Вариант 3		
А) Выберите номер правильного ответа		
A1	Решите уравнение: $\cos 3x-1=-0{,}5$	**1)** $(-1)^k\frac{\pi}{9}+\frac{2\pi k}{3}$; **2)** $\pm\frac{\pi}{9}+\frac{2\pi k}{3}$; **3)** $\pm\pi+\frac{2\pi k}{3}$; **4)** $\pm\frac{\pi}{9}+\frac{\pi k}{3}$; $k\in Z$
A2	Решите уравнение: $\sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2}\right)=-1$	**1)** $\frac{3\pi}{2}+4\pi n$; **2)** $\frac{3\pi}{2}+2\pi n$; **3)** $\frac{3\pi}{4}+2\pi n$; **4)** $0{,}75\pi+4\pi n$; $n\in Z$
A3	Решите уравнение: $ctg\left(\frac{\pi}{8}-\frac{2x}{3}\right)=\sqrt{3}$	**1)** $-\frac{\pi}{16}+\frac{3}{2}\pi n$; **2)** $\frac{23\pi}{16}+\frac{3}{2}\pi n$; **3)** $\frac{5\pi}{16}+\frac{3}{2}\pi n$; **4)** $-\frac{5\pi}{16}+1{,}5\pi n$; $n\in Z$
A4	Найдите сумму корней уравнения $tg\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)=1$, принадлежащих промежутку $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{4}\right)$	**1)** $\frac{5\pi}{6}$; **2)** $\frac{5\pi}{24}$; **3)** $-\frac{11\pi}{12}$; **4)** $\frac{5\pi}{12}$
В) Напишите правильный ответ		
B1	Укажите количество корней уравнения $3\cos^2 x-\sin 2x-\sin^2 x=0$, принадлежащих промежутку $[0°;90°]$	
B2	Решите уравнение: $2\sin^2 x+tg^2 x=2$	
С) Приведите подробное решение данного задания.		
C	При каком наименьшем значении параметра a уравнение $\sqrt{11}\sin x+5\cos x=a$ имеет множество решений? Решите уравнение при найденном значении параметра.	

Решение тригонометрических уравнений Вариант 4		
А) Выберите номер правильного ответа		
А1	Решите уравнение: $\cos 2x-1=-1{,}5$	**1)** $\pm\frac{\pi}{3}+2\pi k;$ **2)** $\pm\frac{\pi}{12}+\frac{\pi k}{2};$ **3)** $\pm\frac{2\pi}{3}+\pi k;$ **4)** $\pm\frac{\pi}{3}+\pi k;$ $k\in Z$
А2	Решите уравнение: $\sin\left(\frac{\pi}{6}-\frac{x}{4}\right)=1$	**1)** $\frac{14\pi}{3}+8\pi n;$ **2)** $\frac{14\pi}{3}+2\pi n;$ **3)** $\frac{7\pi}{24}+8\pi n;$ **4)** $-\frac{4\pi}{3}+8\pi n;$ $n\in Z$
А3	Решите уравнение: $ctg\left(\frac{\pi}{6}-\frac{3x}{4}\right)=-\sqrt{3}$	**1)** $\frac{4\pi}{9}+\frac{4\pi n}{3};$ **2)** $-\frac{4\pi}{9}+\frac{4\pi n}{3};$ **3)** $\frac{4\pi}{3}+\frac{2\pi n}{3};$ **;4)** $\frac{2\pi}{3}+\frac{4\pi n}{3};$ $n\in Z$
А4	Найдите сумму корней уравнения $tg\left(3x+\frac{\pi}{6}\right)=-1$, принадлежащих промежутку $\left[-\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{3}\right]$	**1)** $-\frac{11\pi}{72};$ **2)** $\frac{\pi}{18};$ **3)** $\frac{7\pi}{36};$ **4)** $\frac{5\pi}{36};$
В) Напишите правильный ответ		
В1	Укажите количество корней уравнения $1+7\cos^2 x=3\sin 2x$,принадлежащих промежутку $[0^\circ;90^\circ]$	
В2	Решите уравнение: $\sin x+tg\,0{,}5x=0$	
С) Приведите подробное решение данного задания.		
С	При каком наибольшем значении параметра a уравнение $\sqrt{13}\sin x-6\cos x=a$ имеет множество решений? Решите уравнение при найденном значении параметра.	

Критерии оценки практической работы:

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	Балл (отметка)	Вербальный аналог
90-100%	5	отлично
80-89%	4	хорошо
70-79%	3	удовлетворительно
Менее 70%	2	неудовлетворительно

Практическое занятие № 26

Тема: Преобразование графиков тригонометрических функций

Цель работы: закрепить знания и умения студентов по освоению свойств тригонометрических функций.

Литература:

М.И. Башмаков / Математика: М.: Издательский центр «Академия», 2013г.

А.В. Погорелов, «Геометрия»

Таблица умножения.

Инструкция по выполнению практической работы.

Теоретическое обоснование:

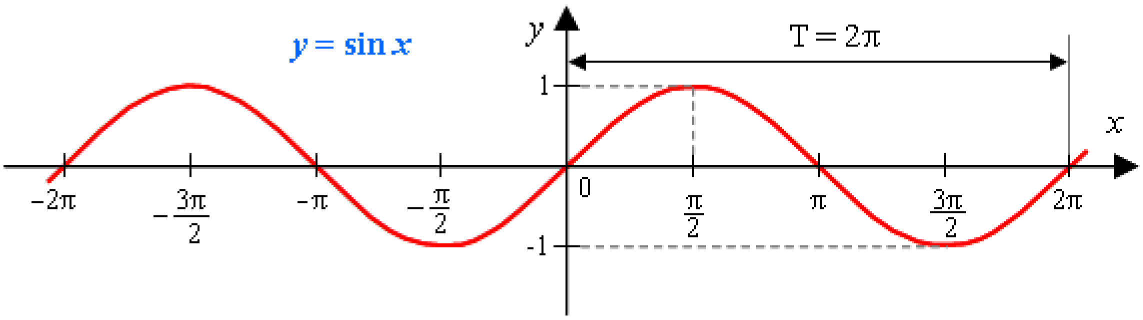
Функции y = sin x, y = cos x, y = mf(x), y = f(kx), y = tg x, y = ctg x

Функция *y* = sin *x*

Графиком функции является синусоида.

Полную неповторяющуюся часть синусоиды называют волной синусоиды.

Половину волны синусоиды называют полуволной синусоиды (или аркой).



Свойства функции *y* = sin *x*:

1) Область определения функции – множество действительных чисел.
2) Область значений функции – отрезок [–1; 1]
3) Это нечетная функция.
4) Это непрерывная функция.
5) Координаты точек пересечения графика: - с осью абсцисс: (πn; 0), - с осью ординат: (0; 0).
6) На отрезке [-π/2; π/2] функция возрастает, на отрезке [π/2; 3π/2] – убывает.
7) На промежутках [2πn; π + 2πn] функция принимает положительные значения. На промежутках [-
+ 2πn; 2πn] функция принимает отрицательные значения.
8) Промежутки возрастания функции: [-π/2 + 2πn; π/2 + 2πn]. Промежутки убывания функции: [π/2
2πn; 3π/2 + 2πn].
9) Точки минимума функции: -π/2 + 2πn. Точки максимума функции: π/2 + 2πn
10) Функция ограничена сверху и снизу. Наименьшее значение функции –1, наибольшее значение
11) Это периодическая функция с периодом 2π (T = 2π)

Для построения графика функции *y* = sin *x* удобно применять следующие масштабы:

- на листе в клетку за единицу отрезка примем длину в две клетки.

- на оси *x* отмерим длину π. При этом для удобства 3,14 представим в виде 3 – то есть без дроби. Тогда на листе в клетку π составит 6 клеток (трижды по 2 клетки). А каждая клетка получит свое закономерное имя (от первой до шестой): π/6, π/3, π/2, 2π/3, 5π/6, π. Это значения *x*.

- на оси y отметим 1, включающий две клетки.

Составим таблицу значений функции, применяя наши значения *x*:

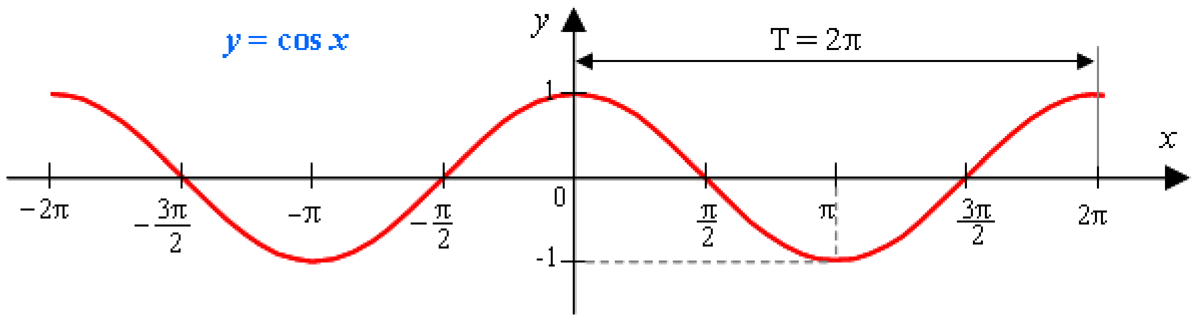
x	0	π — 6	π — 3	π — 2	2π — 3	5π — 6	π
y	0	1 — 2	√3 — 2	1	√3 — 2	1 — 2	0

Далее составим график. Получится полуволна, наивысшая точка которой (π/2; 1). Это график функции *y* = sin *x* на отрезке [0; π]. Добавим к построенному графику симметричную полуволну (симметричную относительно начала координат, то есть на отрезке -π). Гребень этой полуволны – под осью x с координатами (-1; -1). В результате получится волна. Это график функции *y* = sin *x* на отрезке [-π; π].

Можно продолжить волну, построив ее и на отрезке [π; 3π], [π; 5π], [π; 7π] и т.д. На всех этих отрезках график функции будет выглядеть так же, как на отрезке [-π; π]. Получится непрерывная волнистая линия с одинаковыми волнами.

Функция *y* = cos *x*.

Графиком функции является синусоида (ее иногда называют косинусоидой).



Свойства функции *y* = cos *x*:

1) Область определения функции – множество действительных чисел.
2) Область значений функции – отрезок [–1; 1]
3) Это четная функция.
4) Это непрерывная функция.
5) Координаты точек пересечения графика: - с осью абсцисс: (π/2 + πn; 0), - с осью ординат: (0;1).
6) На отрезке [0; π] функция убывает, на отрезке [π; 2π] – возрастает.
7) На промежутках [-π/2 + 2πn; π/2 + 2πn] функция принимает положительные значения. На промежутках [π/2 + 2πn; 3π/2 + 2πn] функция принимает отрицательные значения.
8) Промежутки возрастания: [-π + 2πn; 2πn]. Промежутки убывания: [2πn; π + 2πn];
9) Точки минимума функции: π + 2πn. Точки максимума функции: 2πn.
10) Функция ограничена сверху и снизу. Наименьшее значение функции –1, наибольшее значение
11) Это периодическая функция с периодом 2π (T = 2π)

Функция *y* = *mf*(*x*).

Возьмем предыдущую функцию *y* = cos *x*. Как вы уже знаете, ее графиком является синусоида. Если мы умножим косинус этой функции на определенное число m, то волна растянется от оси *x* (либо сожмется, в зависимости от величины m). Эта новая волна и будет графиком функции y = mf(x), где m – любое действительное число.

Таким образом, функция y = mf(x) – это привычная нам функция y = f(x), умноженная на m.

Если m < 1, то синусоида сжимается к оси *x* на коэффициент m. Если m > 1, то синусоида растягивается от оси *x* на коэффициент m.

Выполняя растяжение или сжатие, можно сначала построить лишь одну полуволну синусоиды, а затем уже достроить весь график.

Функция *y* = *f*(*kx*).

Если функция *y* = *mf*(*x*) приводит к растяжению синусоиды от оси *x* либо сжатию к оси *x*, то функция y = f(kx) приводит к растяжению от оси *y* либо сжатию к оси *y*.

Причем k – любое действительное число.

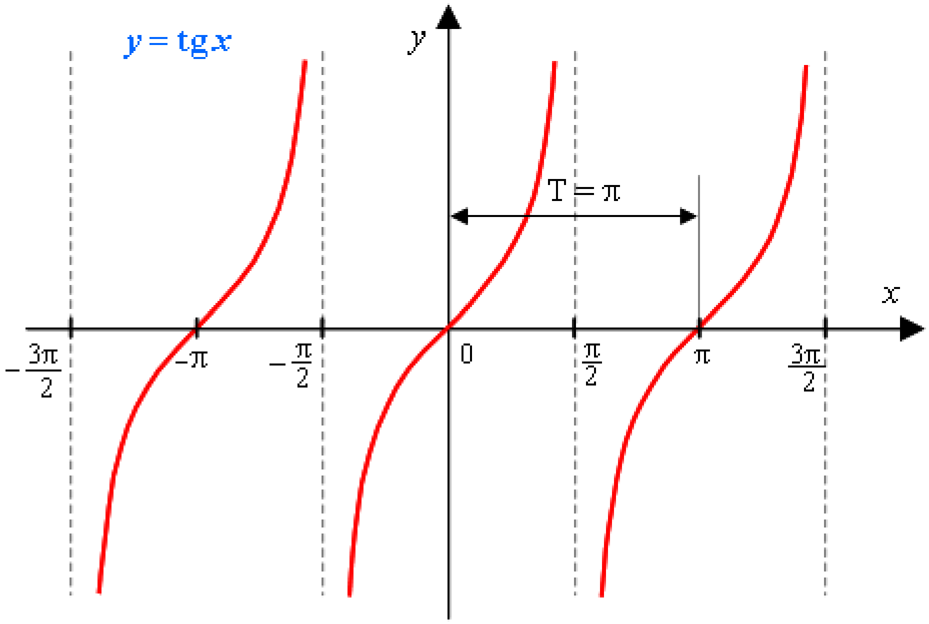
При 0 < k < 1 синусоида растягивается от оси *y* на коэффициент k. Если k > 1, то синусоида сжимается к оси *y* на коэффициент k.

Составляя график этой функции, можно сначала построить одну полуволну синусоиды, а по ней достроить затем весь график.

Функция *y* = tg *x*.

Графиком функции *y* = tg *x* является тангенсоида.

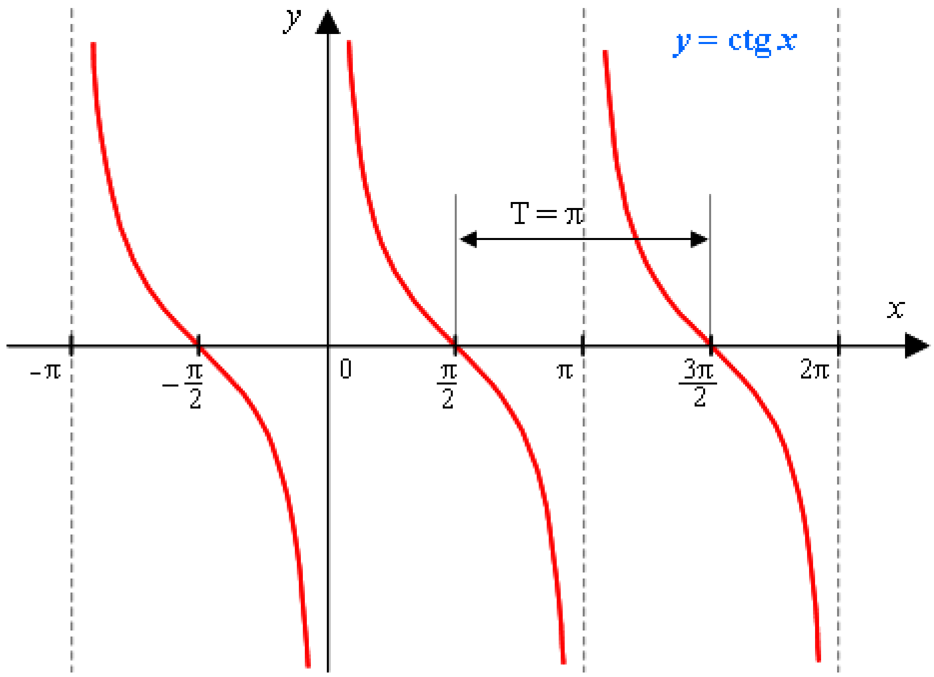
Достаточно построить часть графика на промежутке от 0 до π/2, а затем можно симметрично продолжить ее на промежутке от 0 до 3π/2.



Свойства функции *y* = tg *x*:

1) Область определения функции – множество всех действительных чисел, кроме чисел вида x = π/ + πk, где k – любое целое число. Это означает, что на графике функции нет точки, принадлежащей прямой *x* = π/2, либо прямой *x* = 3π/2, либо прямой *x* = 5π/2, либо прямой *x* = –π/2 и т.д. 2) Область значений функции (–∞; +∞) 3) Это нечетная функция. 4) Это непрерывная функция на интервале (–π/2; π/2). 5) Это периодическая функция с основным периодом π (T = π) 6) Функция возрастает на интервале (–π/2; π/2). 7) Функция не ограничена ни сверху, ни снизу. Не имеет ни наименьшего, ни наибольшего значений.

Функция *y* = ctg *x*Графиком функции *y* = ctg *x* также является тангенсоида (ее иногда называют котангенсоидой).



Свойства функции *y* = ctg *x*:

1) Область определения функции – множество всех действительных чисел, кроме чисел вида x = πk,

где k – любое целое число.
2) Область значений функции $(-\infty; +\infty)$
3) Это нечетная функция.
4) Это непрерывная функция.
5) Это периодическая функция с основным периодом π ($T = \pi$)
6) Функция убывает в промежутке $(\pi k; \pi + \pi k)$, где k – любое целое число.
7) Функция не ограничена ни сверху, ни снизу. Не имеет ни наименьшего, ни наибольшего значений.

Множество значений		
А1	Определите множество значений функции: $y = 5\cos x - 2$	**1)** $[-2;5]$**;2)** $[-7;3]$**;3)** $[2;5]$**;4)** $[2;7]$
А2	Найдите сумму целых значений функции $y = 4 - 3\sin^2 x$	**1)** 10; **2)** 6; **3)** 15; **4)** 9
А3	Укажите наибольшее целое значение функции $y = \sqrt{21}\sin x + 2\cos x - 3$	**1)** 3; **2)** 9; **3)** 2; **4)** 8
А4	Определите множество значений функции: $y = 4\cos x + 1$	**1)** $[1;4]$**;2)** $[3;5]$**;3)** $[-3;5]$**;4)** $[0;2]$
А5	Найдите сумму целых значений функции $y = 2\sin^2 x - 6$	**1)** -10; **2)** -15; **3)** -5; **4)** -22
А6	Укажите наименьшее целое значение функции $y = \sqrt{5}\sin x - 2\cos x + 1$	**1)** 3; **2)** -1; **3)** 2; **4)** -2
А7	Определите множество значений функции: $y = 7\cos x + 1$	**1)** $[1;7]$**;2)** $[-5;9]$**;3)** $[-7;7]$**;4)** $[-6;8]$
А8	Найдите сумму целых значений функции $y = 2 - 5\sin^2 x$	**1)** 5; **2)** -3; **3)** -5; **4)** 2
А9	Укажите наибольшее целое значение функции $y = \sin x + \sqrt{3}\cos x - 4$	**1)** -4; **2)** -2; **3)** 2; **4)** 8
А10	Определите множество значений функции: $y = 2\cos x - 4$	**1)** $[1;4]$**;2)** $[-4;-2]$**;3)** $[-6;-2]$**;4)** $[0;4]$
А11	Найдите сумму целых значений функции $y = 4\sin^2 x - 3$	**1)** 1; **2)** -5; **3)** -6; **4)** -1
А12	Укажите наименьшее целое значение функции $y = 6\sin x - 8\cos x + 4$	**1)** -6; **2)** -14; **3)** 2; **4)** 4

Критерии оценки практической работы:

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	Балл (отметка)	Вербальный аналог
90-100%	5	отлично
80-89%	4	хорошо
70-79%	3	удовлетворительно
Менее 70%	2	неудовлетворительно

Практическое занятие № 29

Тема: Решение задач на призму.

Цель работы: закрепить знания и умения студентов по освоению темы методом решения задач.

Литература:

М.И. Башмаков / Математика: М.: Издательский центр «Академия», 2013г.

А.В. Погорелов, «Геометрия»

Таблица умножения.

Инструкция по выполнению практической работы.

Текст задания:

1. Вычислить поверхность и объем прямой призмы, у которой основание правильный треугольник, вписанный в круг радиуса r =2 метрам, а высота равна стороне правильного 6-угольника, описанного около того же круга.
2. Определить поверхность и объем правильной 8- угольной призмы, у которой высота 6 м, а сторона основания а = 8см.
3. Площадь основания прямой треугольной призмы равна $4\sqrt{6}$ дм^2. Найдите площадь сечения призмы, проведённого через сторону одного основания и параллельную ей среднюю линию другого основания, если известно, что сечение образует с плоскостью основания угол 30^0.
4. Основанием призмы служит ромб со стороной 2 см и острым углом 30^0. Найдите объём призмы, если её высота равна 3 см.
5. Площадь основания прямой треугольной призмы равна $4\sqrt{6}$ дм^2. Найдите площадь сечения призмы, проведённого через сторону одного основания и параллельную ей среднюю линию другого основания, если известно, что сечение образует с плоскостью основания угол 45^0.
6. Найдите объём наклонной треугольной призмы, основанием которой служит равносторонний треугольник со стороной 2 см, если боковое ребро призмы равно стороне основания и наклонено к плоскости основания под углом 60^0.

Критерии оценки практической работы:

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	Балл (отметка)	Вербальный аналог
90-100%	5	отлично
80-89%	4	хорошо
70-79%	3	удовлетворительно
Менее 70%	2	неудовлетворительно

Практическое занятие № 30

Тема: Решение задач на параллелепипед

Цель работы: закрепить знания и умения студентов по освоению темы методом решения задач.

Литература:

М.И. Башмаков / Математика: М.: Издательский центр «Академия», 2013г.

А.В. Погорелов, «Геометрия»

Таблица умножения.

Инструкция по выполнению практической работы.

Текст задания:

1. Полная поверхность прямоугольного параллелепипеда 1714 $м^2$, а неравные стороны основания равны 25м и 14 м. Вычислить боковую поверхность и боковое ребро.
2. В прямоугольном параллелепипеде с квадратным основанием и высотой р проведена секущая плоскость через два противоположных боковых ребра. Вычислить полную поверхность параллелепипеда, зная, что площадь сечения равна S.
3. Основанием прямого параллелепипеда служит ромб со стороной 4 см и углом 60^0 . Большая диагональ параллелепипеда образует с плоскостью основания угол 45^0 . Найдите площадь боковой поверхности параллелепипеда.
4. В прямом параллелепипеде стороны основания 3 см и 4 см образуют угол 60^0. Меньшая диагональ параллелепипеда образует с основанием угол 45^0. Найдите площадь боковой поверхности параллелепипеда.

Критерии оценки практической работы:

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	Балл (отметка)	Вербальный аналог
90-100%	5	отлично
80-89%	4	хорошо
70-79%	3	удовлетворительно
Менее 70%	2	неудовлетворительно

Практическое занятие № 31

Тема: Решение задач на пирамиду

Цель работы: закрепить знания и умения студентов по освоению темы методом решения задач.

Литература:

М.И. Башмаков / Математика: М.: Издательский центр «Академия», 2013г.

А.В. Погорелов, «Геометрия»

Таблица умножения.

Инструкция по выполнению практической работы.

Текст задания:

1. Высота правильной четырехугольной пирамиды равна 8 см, сторона её основания – 12см. Вычислите длину бокового ребра пирамиды.
2. Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна 5 см, боковое ребро образует с основанием 45^0. Найдите объём пирамиды.
3. Высота правильной треугольной пирамиды равна 6 см, сторона её основания – 12см. Вычислите длину бокового ребра пирамиды.
4. Основанием четырехугольной пирамиды служит ромб со стороной 3 см и острым углом 45^0. Найдите объём пирамиды, если её высота равна $\sqrt{2}$ см.
5. Определить боковую поверхность и объем правильной шестиугольной пирамиды, у которой высота равна 1 м , а апофема составляет с высотой угол 30^0 .

Критерии оценки практической работы:

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	Балл (отметка)	Вербальный аналог
90-100%	5	отлично
80-89%	4	хорошо
70-79%	3	удовлетворительно
Менее 70%	2	неудовлетворительно

Практическое занятие №32

Тема: Решение задач на цилиндр.

Цель работы: закрепить знания и умения студентов по освоению темы методом решения задач.

Литература:

М.И. Башмаков / Математика: М.: Издательский центр «Академия», 2013г.

А.В. Погорелов, «Геометрия»

Таблица умножения.

Инструкция по выполнению практической работы.

Текст задания:

1. Длина окружности основания равностороннего цилиндра равна 16π см. Найдите диагональ осевого сечения цилиндра.
2. Диагональ осевого сечения равностороннего цилиндра равна $8\sqrt{2}$. Найдите длину окружности.
3. Объем цилиндра, у которого высота вдвое больше диаметра, равен 1м^3.Вычислить его высоту.
4. Диаметр основания цилиндра = 16 см, а его полная поверхность содержит 1546 см^2 Вычислить высоту этого цилиндра.
5. Найти вес железной цилиндрической трубки, внутренний диаметр которой 17см, внешний диаметр 18см, а длина 74 см . Удельный вес железа 7,7 .
6. В сосуд, имеющий форму конуса, обращенного вершиной вниз, вливают 345г ртути. Зная, что угол при вершине конуса равен 60^0, а уд вес ртути 13,596, вычислить высоту, до которой налита в сосуд ртуть.

Критерии оценки практической работы:

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	Балл (отметка)	Вербальный аналог
90-100%	5	отлично
80-89%	4	хорошо
70-79%	3	удовлетворительно
Менее 70%	2	неудовлетворительно

Практическое занятие №33

Тема: Решение задач на конус.

Цель работы: закрепить знания и умения студентов по освоению темы методом решения задач.

Литература:

М.И. Башмаков / Математика: М.: Издательский центр «Академия», 2013г.
А.В. Погорелов, «Геометрия»
Таблица умножения.
Инструкция по выполнению практической работы.

Текст задания:

1. Образующая конуса равна 4 см. найдите площадь сечения, проведенного через две образующие, угол между которыми составляет 45^0.
2. Образующая конуса равна 6 см. Найдите площадь сечения, проведённого через две образующие, угол между которыми составляет 60^0.
3. Вычислить боковую поверхность и объем усеченного конуса, у которого радиусы оснований 27 и 18 см, а образующая 21 см.
4. Найти объем тела, происходящего от вращения правильного 6-ти угольника со стороной а вокруг одной из своих сторон.
5. Вычислить объем тела, происходящего от вращения правильного треугольника со стороной а вокруг оси, проходящей через его вершину и параллельной противоположной стороне.

АВС со стороной а . На ВС строят квадрат BCDE, располагая его в противоположную сторону от треугольника. Вычислить объем тела, происходящего от вращения 5 -угольника ABEDC вокруг стороны AB.Δ6. Дан равносторонний

Критерии оценки практической работы:

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	Балл (отметка)	Вербальный аналог
90-100%	5	отлично
80-89%	4	хорошо
70-79%	3	удовлетворительно
Менее 70%	2	неудовлетворительно

Практическоезанятие № 34

Тема: Решение задач на шар

Цель работы: закрепить знания и умения студентов по освоению темы методом решения задач.

Литература:

М.И. Башмаков / Математика: М.: Издательский центр «Академия», 2013г.

А.В. Погорелов, «Геометрия»

Таблица умножения.

Инструкция по выполнению практической работы.

Текст задания:

1. Сечение шара плоскостью имеет площадь 36π см^2. Чему равен радиус шара, если сечение удалено от его центра на расстояние 8 см.
2. Шар с центром в точке О касается плоскости в точке А. Точка В лежит в плоскости касания. Найдите объём и площадь поверхности шара, если АВ = 21 см, ВО = 29 см.
3. Линия пересечения сферы с плоскостью имеет длину 18π см. Чему равно расстояние от центра сферы до этой плоскости, если радиус сферы равен 15 см.
4. Шар пересечён плоскостью на расстоянии 8 см от центра. Площадь сечения 225π см^2. Найдите объём и площадь поверхности шара.
5. Прямоугольная трапеция с основаниями 5 см и 8 см и высотой 4 см вращается около большего основания. Определите объём и площадь поверхности тела вращения.
6. Прямоугольная трапеция с основаниями 10 см и 14 см и высотой 3 см вращается около меньшего основания. Определите объём и площадь поверхности тела вращения.

Критерии оценки практической работы:

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	Балл (отметка)	Вербальный аналог
90-100%	5	отлично
80-89%	4	хорошо
70-79%	3	удовлетворительно
Менее 70%	2	неудовлетворительно

Практическое занятие №35

Тема: Объемы многогранников и тел вращения

Цели: 1.Развивать умение вычислять объёмы многогранников и тел вращения, применяя изученные свойства и формулы.

2.Совершенствовать практические навыки вычисления объёмов многогранников и тел вращения в ходе решения задач.

Оборудование: Модели, чертежи.

Литература:

М.И. Башмаков / Математика: М.: Издательский центр «Академия», 2013г.

А.В. Погорелов, «Геометрия»

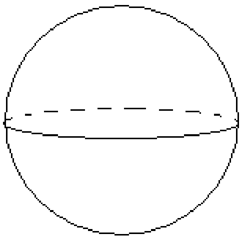
Таблица умножения.

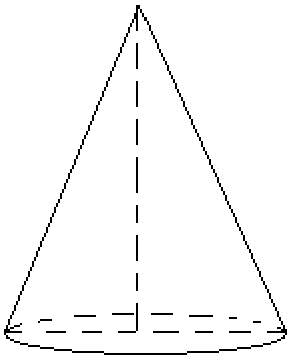
Инструкция по выполнению практической работы.

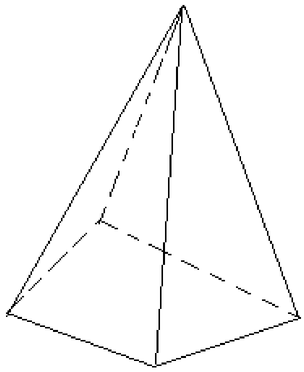
Ход работы:

1. Записать формулы для вычисления объёмов тел:

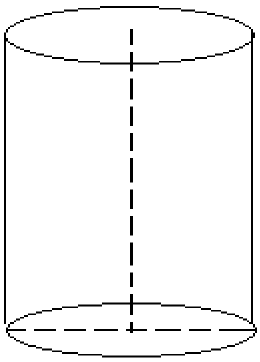
_____________ _____________ ______________ _______________







2. Используя записанные формулы, вычислить объёмы многогранников и тел вращения:

а) 

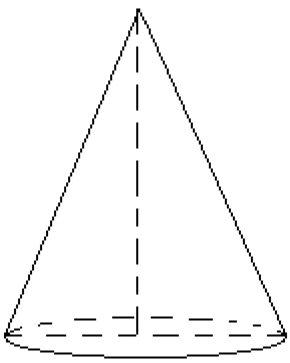
Дано: цилиндр,

r = 5см,

h = 12.5 см

Найти: V

Решение:

б) 

Дано:

конус, r = 3м,

h = 7 м

Найти: V

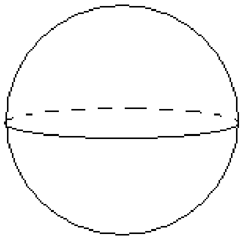
Решение:

Дано:

шар, R = 2 см

Найти:V

Решение:

в) 

3. Вычислить объёмы многогранников и тел вращения, предварительно выполнив чертеж.
а) Осевым сечением цилиндра является квадрат, диагональ которого равна $8\sqrt{2}$ см. Найдите объём цилиндра.
б) Основание пирамиды – прямоугольник со сторонами 6 и8 см. Найдите объём пирамиды, если её боковые ребра равны 13 см.
в) На расстоянии 12 см от центра шара проведено сечение, радиус которого равен 9 см. Найдите объём шара.
г) Найдите объём фигуры, полученной вращением равнобедренного прямоугольного треугольника с гипотенузой $6\sqrt{2}$ см вокруг одного из катетов.

4. Я выполнил задания на оценку……………………………………
Я испытал трудности при ………………………………………
Задания были: легкие, трудные, мне под силу (нужное подчеркнуть).

Критерии оценки практической работы:

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	Балл (отметка)	Вербальный аналог
90-100%	5	отлично
80-89%	4	хорошо
70-79%	3	удовлетворительно
Менее 70%	2	неудовлетворительно

Практическое занятие №36

Тема: Решение задач на вычисление площади поверхности тел вращения

Цели: 1. Вывести формулу для нахождения площади боковой поверхности цилиндра.
Сформулировать теорему о площади боковой поверхности цилиндра.
. Вывести формулу для нахождения площади боковой поверхности цилиндра.
Сформулировать теорему о площади боковой поверхности цилиндра.
Вывести формулу для нахождения площади боковой поверхности конуса.

Оборудование: модели, чертежи.

Литература:

М.И. Башмаков / Математика: М.: Издательский центр «Академия», 2013г.
А.В. Погорелов, «Геометрия»
Таблица умножения.
Инструкция по выполнению практической работы.

Ход работы:

1. Изобразить цилиндр и указать элементы цилиндра на рисунке.
2. Представим, что боковую поверхность разрезали по образующей и развернули таким образом, что все образующие оказались, расположены в некоторой плоскости α. Тем самым мы получим развёртку боковой поверхности цилиндра.
Выполнить чертёж, соответствующий данной развёртке.
3. Какая фигура получилась? ……………………………………………………..
4. Что представляют стороны получившегося прямоугольника?
(каким элементам цилиндра соответствуют стороны получившегося прямоугольника?) ………………………………………………………

Обозначение элементов цилиндра и развёртки его боковой поверхности (обозначить на рисунке):

………. – образующая цилиндра
r= …... - радиус цилиндра
h = …… - высота цилиндра

6. Установить зависимость между площадью боковой поверхности цилиндра и площадью её развёртки.

$S_{\square}$........$S_{бок}$

7. Вычислить площадь прямоугольника:

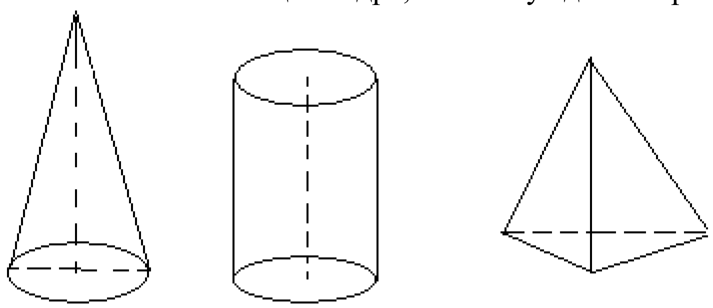
$S_{\square}$= ………………………………………………………………

8. Записать формулу для вычисления площади $S_{бок}$ боковой поверхности цилиндра радиуса r и высоты h:

$S_{бок}$ = ………………………………………………………………

Сформулировать теорему о площади боковой поверхности цилиндра.

1. На каком из рисунков изображён цилиндр?
Указать элементы цилиндра, используя данные рисунка.



2. Разрежьте боковую поверхность цилиндра по образующей. Какая фигура получилась? Начертите.
3. Каким элементам соответствуют стороны получившегося прямоугольника?
4. Ввести обозначение элементов цилиндра и развёртки его боковой поверхности (обозначить на чертеже):

………. – образующая цилиндра

r= …... - радиус цилиндра

h = …… - высота цилиндра

5. Установить зависимость между площадью боковой поверхности цилиндра и площадью её развёртки.

$S_{\square}$………$S_{бок}$

6. Записать формулу для нахождения площади прямоугольника:

$S_{\square}$= …………………

7. Записать формулу для вычисления площади $S_{бок}$ боковой поверхности цилиндра радиуса r и высоты h:

$S_{бок}$ = ……………………………….

Сформулировать теорему о площади боковой поверхности цилиндра.

1. Изобразить цилиндр и указать элементы цилиндра на рисунке.

2. Представим, что боковую поверхность разрезали по образующей и развернули таким образом, что все образующие оказались, расположены в некоторой плоскости α. Тем самым мы получим развёртку боковой поверхности цилиндра.

Выполнить чертёж, соответствующий данной развёртке.

3. Какая фигура получилась? ………………………………………………..

4. Что представляют стороны получившегося прямоугольника?

(каким элементам цилиндра соответствуют стороны получившегося прямоугольника?) ……………………………………………………

Ввести обозначение элементов цилиндра и развёртки его боковой поверхности (обозначить на рисунке):

………. – образующая цилиндра

r= …... - радиус цилиндра

h = …… - высота цилиндра

6. Установить зависимость между площадью боковой поверхности цилиндра и площадью её развёртки.

$S_{\square}$........$S_{бок}$

7. Вычислить площадь прямоугольника:

$S_{\square}$= ……………………………………………………………

8. Записать формулу для вычисления площади $S_{бок}$ боковой поверхности цилиндра радиуса r и высоты h:

$S_{бок}$ = ……………………………………………………………

Сформулировать теорему о площади боковой поверхности цилиндра.

1. Изобразить конус и указать его элементы на рисунке.

2. Представим, что боковую поверхность разрезали по образующей и развернули таким образом, что все образующие оказались, расположены в некоторой плоскости α. Тем самым мы получим развёртку боковой поверхности конуса.

Выполнить чертёж, соответствующий данной развёртке.

3. Что является разверткой боковой поверхности конуса?

4. Что представляют элементы получившегося кругового сектора?

(каким элементам конуса соответствуют элементы получившегося кругового сектора?)

5. Ввести обозначение элементов конуса и развёртки его боковой поверхности (обозначить на рисунке):

………. – образующая конуса

r= …... - радиус конуса

h = …… - высота конуса

6. Установить зависимость между площадью боковой поверхности конуса и площадью её развёртки.

$S_{кр.\ сект}$............ $S_{бок}$

7. Записать формулу для нахождения площади кругового сектора:

$S_{кр.сект.}$ =

где градусная мера дуги ……………………………………….

8. Записать формулу для вычисления площади боковой поверхности конуса радиуса r и высоты h:

$S_{бок}$ =

. Выразите через образующую *l* и радиус основания *r*

10. Подставьте полученное выражение в формулу для нахождения площади боковой поверхности конуса (пункт 8)

$S_{бок}$ =

Вывод: Сформулировать теорему о площади боковой поверхности конуса.

Критерии оценки практической работы:

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	Балл (отметка)	Вербальный аналог
90-100%	5	отлично
80-89%	4	хорошо
70-79%	3	удовлетворительно
Менее 70%	2	неудовлетворительно

Практическое занятие №37

Тема: Правила и формулы дифференцирования

Цель работы: закрепить знания и умения студентов по нахождению производной с использованием основных правил дифференцирования.

Литература:

М.И. Башмаков / Математика: М.: Издательский центр «Академия», 2013г.

А.В. Погорелов, «Геометрия»

Таблица умножения.

Инструкция по выполнению практической работы.

Теоретическое обоснование:

1. Формулы дифференцирования

№	Функция	Производная	№	Функция	Производная
1	x^n	nx^{n-1}	8	$\ln x$	$\frac{1}{x}$
2	e^x	e^x	9	$\log_a x$	$\frac{1}{x \cdot \ln a}$
3	a^x	$a^x \ln a$	10	$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
4	$\sin x$	$\cos x$	11	$\arccos x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
5	$\cos x$	$-\sin x$	12	$arctgx$	$\frac{1}{1+x^2}$
6	tgx	$\frac{1}{\cos^2 x}$	13	$arcctgx$	$-\frac{1}{1+x^2}$
7	$ctgx$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$			

2. Основные правила дифференцирования

Если *c* - постоянное число, и u = u(x), v = v(x) - некоторые дифференцируемые функции, то справедливы следующие правила дифференцирования:

1) (c) ' = 0, (cu) ' = cu';

2) (u+v)' = u'+v';

3) (uv)' = u'v+v'u;

4) (u/v)' = (u'v-v'u)/v$^{2;}$

Пример 1. Найти производную функции

$y = x^5 - 4x^3 + 2x^2 - 7x$

Решение. Применяя правила (5) и (8) и формулу (4) дифференцирования степенной функции получим

$y' = (x^5 - 4x^3 + 2x^2 - 7x)' = (x^5)' - (4x^3)' + (2x^2)' - (7x)' =$

$(x^5)' - 4(x^3)' + 2(x^2)' - 7(x)' = 5x^4 - 12x^2 - 4x - 7$

Пример 2. Найти производную функции

$y = (1 - x^3)(x^4 - 4x)$.

Решение. Применим правило (7) дифференцирования произведения, а затем найдём производные сомножителей так же, как в примере 4. Тогда получим

$y' = [(1 - x^3)(x^4 + 4x)]' = (1 - x^3)'(x^4 + 4x) + (x^4 + 4x)'(1 - x^3)$

$= -3x^2(x^4 + 4x) + (4x^3 + 4)(1 - x^3) = -7x^6 - 12x^3 + 4$.

Пример 3. Найти производную функции y = $\frac{1+x^2}{1-x^2}$.

Решение. Применим правило (10) дифференцирования частного:

$$y' = \frac{(1+x^2)'(1-x^2) - (1+x^2)(1-x^2)'}{(1-x^2)^2}.$$

Затем, так же как и выше, вычислим производные в числителе. Имеем

$$y' = \frac{(1-x^2)2x - (1+x^2)(-2x)}{(1-x^2)^2} = \frac{4x}{(1-x^2)^2}.$$

Текст задания:

Вариант 1

1. Найти производную функции $y = \sin^{6}(4x^{3} \square 2)$.
2. Найти производную функции $y = 3x^{4} \square \cos 5x$.
3. Написать уравнение касательной к графику функции $f(x) = \frac{3}{x}$ в точке с абсциссой $x_0 = \square 1$, $x_0 = 1$.
4. Материальная точка движется по закону $x(t) = \square \frac{1}{3}t^{3} \square 2t^{2} \square 5t$. Найти скорость и ускорение в момент времени t=5 с. (Перемещение измеряется в метрах.)

Вариант 2

1. Найти производную функции $y = \cos^{4}(6x^{2} \square 9)$.
2. Найти производную функции $y = 2x^{5} \square \sin 3x$.
3. Написать уравнение касательной к графику функции $f(x) = 2x \square x^{2}$ в точке с абсциссой $x_0 = 0$, $x_0 = 2$.
4. Материальная точка движется по закону $x(t) = t^{3} \square 4t^{2}$. Найти скорость и ускорение в момент времени t=5 с. (Перемещение измеряется в метрах.)

Вариант 3

1. Найти производную функции $y = tg^{5}(3x^{4} \square 13)$.
2. Найти производную функции $y = 4x^{3} \square e^{5x}$.
3. Написать уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^{2} \square 1$ в точке с абсциссой $x_0 = 0$, $x_0 = 1$.
4. Материальная точка движется по закону $x(t) = \frac{1}{4}t^{4} \square t^{2}$. Найти скорость и ускорение в момент времени t=5 с. (Перемещение измеряется в метрах.)

Вариант 4

1. Найти производную функции $y = ctg^{4}(5x^{2} \square 6)$.
2. Найти производную функции $y = 5x^{4} \square \cos 4x$.
3. Написать уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^{3} \square 1$ в точке с абсциссой $x_0 = \square 1$, $x_0 = 2$.
4. Материальная точка движется по закону $x(t) = t^{4} \square 2t$. Найти скорость и ускорение в момент времени t=5 с. (Перемещение измеряется в метрах.)

Вариант 5

1. Найти производную функции $y = \arcsin^{3} 7x^{2}$.
2. Найти производную функции $y = 4x^{4} \square \sin 2x$.
3. Написать уравнение касательной к графику функции $f(x) = tgx$ в точке с абсциссой $x_0 = \frac{\pi}{4}$, $x_0 = \frac{\pi}{3}$.
4. Материальная точка движется по закону $x(t) = 2t^{3} \square 8$. Найти скорость и ускорение в момент времени t=5 с. (Перемещение измеряется в метрах.)

Вариант 6

1. Найти производную функции $y = arctg^{6} 5x^{4}$.
2. Найти производную функции $y = 6x^{5} \square e^{4x}$.
3. Написать уравнение касательной к графику функции $f(x) = 1 \square \cos x$ в точке с абсциссой $x_0 = 0$, $x_0 = \frac{\pi}{2}$.
4. Материальная точка движется по закону $x(t) = t^{4} \square 2t$. Найти скорость и ускорение в момент времени t=5 с. (Перемещение измеряется в метрах.)

Критерии оценки практической работы:

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	Балл (отметка)	Вербальный аналог
90-100%	5	отлично
80-89%	4	хорошо
70-79%	3	удовлетворительно
Менее 70%	2	неудовлетворительно

Практическое занятие № 42

Тема: Исследование функции с помощью производной

Цель работы: закрепить знания и умения студентов по освоению темы, формировать навыки прикладного использования аппарата производной.

Литература:

М.И. Башмаков / Математика: М.: Издательский центр «Академия», 2013г.

А.В. Погорелов, «Геометрия»

Таблица умножения.

Инструкция по выполнению практической работы.

Теоретическое обоснование:

Схема исследования функции и построение ее графика

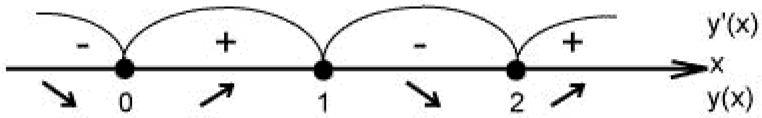
I. Найти область определения функции. II. Найти точки пересечения графика функции с осями координат. III. Найти асимптоты. IV. Найти точки возможного экстремума. V. Найти критические точки. VI. С помощью вспомогательного рисунка исследовать знак первой производных. Определить участки возрастания и убывания функции, точки экстремумов. VII. Построить график, учитывая исследование, проведенное в п.1-6.

Построить график функции с помощью производной первого порядка

Решение. 1) Областью определения функции является вся числовая ось. То

есть . 2) Функция ни четная, ни нечетная, так как и . 3) Найдём производную функции

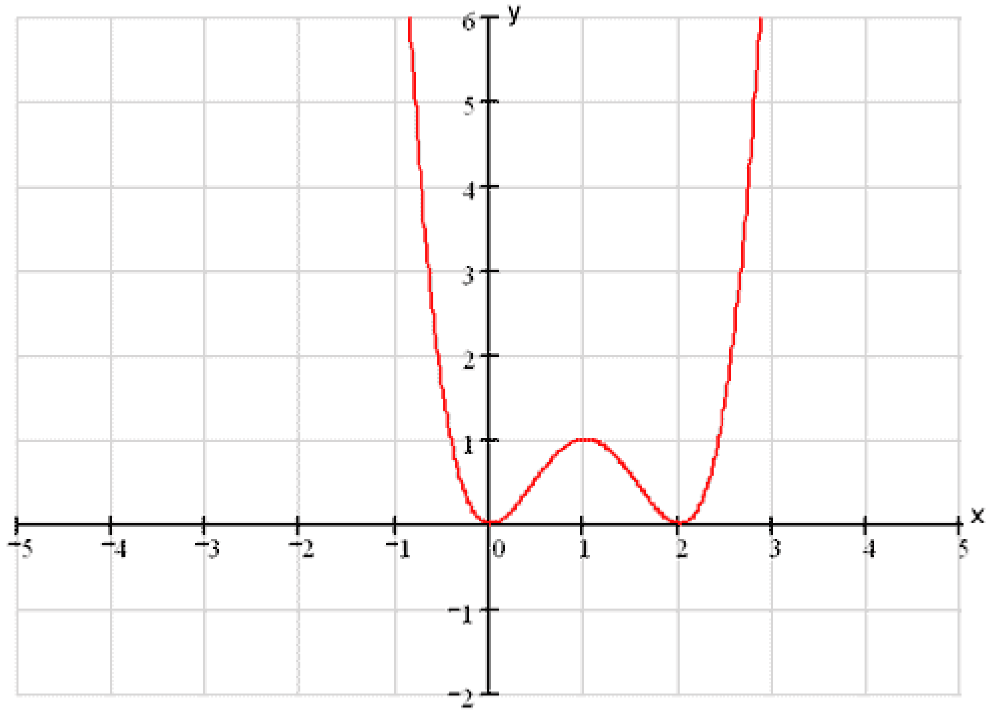
$y' = 2x(x-2)^2 - 2x^2(x-2) = 4x(x-2)(x-1)$. 4) Найдём критические точки, в которых производная обращается в ноль $y' = 0$. Это точки $x = 0$, $x = 1$, $x = 2$. Отметим эти точки на числовой оси и определим знак производной на интервалах.



Таким образом: $x = 0$- точка минимума; $x = 1$- точка максимума; $x = 2$- точка минимума.

$y(0) = 0$, $y(1) = 1$, $y(2) = 0$.

5) Строим график на основании проделанного исследования.



<u>Текст задания:</u>

Исследовать функцию и построить ее график.

Вариант 1

$f(x) \square x^{2} \square 2x \square 8$.

Вариант 2

$f(x) \square \square \frac{2x^{3}}{3} \square x \square \frac{2}{3}$.

Вариант 3

$f(x) \square \square x^{2} \square 5x \square 4$.

Вариант 4

$f(x) \square \frac{x^{2}}{4} \square \frac{x}{16} \square \frac{1}{4}$.

Вариант 5

$f(x) \square \square x^{3} \square 3x \square 2$.

Вариант 6

$f(x) \square x^{4} \square 2x^{2} \square 3$.

Вариант 7

$f(x) \square x^{3} \square 3x \square 2$.

Вариант 8

$f(x) \square 3x^{2} \square x^{3}$.

Критерии оценки практической работы:

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	Балл (отметка)	Вербальный аналог
90-100%	5	отлично
80-89%	4	хорошо
70-79%	3	удовлетворительно
Менее 70%	2	неудовлетворительно

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 44

Тема: Вычисление первообразной

Цель: Повторить правила дифференцирования; уметь пользоваться определением первообразной.

Результаты освоения учебной темы:

-развитие логического мышления, критичности мышления на уровне, необходимом для продолжения образования и самообразования;

-готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;

-готовность и способность к самостоятельной ответственной деятельности;

-умение самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

- владение навыками познавательной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

-готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

- владение методами доказательств и алгоритмов решения, умение их приме нять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

Материалы и оборудование: тексты заданий трех уровней сложности.

Рекомендуемая литература:

1.Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10—11 кл. – ОИЦ "Академия", 2013.

Интернет-ресурсы:

- Образовательный портал "Физ-мат класс".
- раздел "Открытого колледжа" - "Математика".

-shevkin.ru - проект "Математика. Школа. Будущее".

Информационный блок.

Таблица производных:

1. $C'=0$, C-константа
2. $(x^n)'=n\cdot x^{n-1}$
3. $(a^x)'=a^x\cdot \ln a$
4. $(e^x)'=e^x$
5. $(\log_a x)'=\frac{1}{x\cdot\ln a}$
6. $(\ln x)'=\frac{1}{x}$
7. $(\sin x)'=\cos x$
8. $(\cos x)'=-\sin x$
9. $(\sqrt{x})'=\frac{1}{2\sqrt{x}}$
10. $(\mathrm{tg}\, x)'=\frac{1}{\cos^2 x}$
11. $(\mathrm{ctg}\, x)'=-\frac{1}{\sin^2 x}$
12. $x'=1$
13. $(Cx)'=C$

Правила производных:

1.$(u\pm v)'=u'\pm v'$

2.$(\frac{u}{v})'=\frac{u'\cdot v-v'\cdot u}{v^2}$

3. $(u\cdot v)'=u'\cdot v+v'\cdot u$

***Определение.* Функция F (x) называется первообразной для функции f (x) на заданном промежутке, если для всех x из этого промежутка**

$F'(x) = f(x)$.

Для одной и той же функции существует бесконечное множество первообразных, имеющих вид F(x)+C, C- постоянное число.

ПРИМЕР1. Функция $F(x)=\frac{x^3}{3}$ является первообразной для $f(x)=x^2$ на $(-a,+\infty)$, так как для любого x имеем $(\frac{x^3}{3})'=x^2$.

ПРИМЕР2. Функция $F(x) = \sin 2x$ является первообразной для $f(x)= 2 \cos 2x\ x^2$ на $(-a,+\infty)$, так как для любого x имеем $(\sin 2x)'= 2 \cos 2x$

ПРИМЕР3. Функция $F(x) =5x$ является первообразной для $f(x)=5$

Указание к работе:

В работе предложено 2 варианта с 3 уровнями сложности. Предлагается выполнить 1 уровень сложности - 5 заданий, 2 уровень сложности - 3 заданий на выбор, 3 уровень сложности – 2 задания на выбор. При выполнении заданий разрешено пользоваться справочными материалами.

Время выполнения – 45 минут.

Перечень заданий:

1 уровень сложности (базовый уровень):

1 вариант		2 вариант	
Задание: Доказать, что F(x) является первообразной для функции f(x):			
1.$f(x) = x + \cos x$	$F(x)=\frac{x^2}{2} + \sin x$	1.$f(x)= x - \sin x$	$F(x)=\frac{x^2}{2} + \cos x$
2.$f(x) = 3x^2- \sin x$	$F(x)=x^3+\cos x$	2.$f(x)=4x^3+\cos x$	$F(x)= x^4+ \sin x$
3.$f(x)=4x^3 – x^2$	$F(x)= x^4 - \frac{x^3}{3}$	3.$f(x)=5x^4+x$	$F(x)= x^5 + \frac{x^2}{2}$
4.$f(x)=4x – 3x^2$	$F(x)=1+2x^2-x^3$	4.$f(x)=-9x^2+4x^3$	$F(x)=5-3x^3+x^4$
5.$f(x)= 0$	$F(x)= 14,5$	5.$f(x)= 0$	$F(x)= 22,7$

2 уровень сложности:

1 вариант		2 вариант	
Задание: Доказать, что F(x) является первообразной для функции f(x):			
1. $f(x)=2x + 3x^2$	$F(x)=x^2*(1+x)$	1.$f(x)=3x^2 + 1$	$F(x)=x*(x^2+1)$
2.$f(x)=\cos^2x –\sin^2x$	$F(x)=\sin x*\cos x$	2.$f(x)= \sin^2x- \cos^2x$	$F(x)=-\cos x*\sin x$
3.$f(x)= - \frac{5}{x^2}$	$F(x)= \frac{5}{x}+ 2$	3.$f(x)=-\frac{3}{x^2}$	$F(x)=\frac{3}{x} - 7$
4.$f(x)= - \frac{1}{x^2}$	$F(x)=\frac{x+1}{x}$	4.$f(x)=\frac{1}{(x+1)^2}$	$F(x)= \frac{x}{x+1}$
5.$f(x)=\frac{2}{\sqrt{x}}$	$F(x)= 4\sqrt{x} +5$	5.$f(x)=\frac{4}{\sqrt{x}}$	$F(x)= 8\sqrt{x} -6$

3 уровень сложности:

1 вариант		2 вариант	
Задание: Доказать, что F(x) является первообразной для функции f(x):			
1. $f(x)=\frac{1}{x}$	$F(x)= \ln 2x$	1. $f(x)=\frac{1}{x}$	$F(x)=\ln 5x$
2. $f(x)=4\cos 4x$	$F(x)=\sin 4x - 3$	2. $f(x)= - \sin 2x$	$F(x)=\cos 2x +3$
3. $f(x)=\frac{2}{\sqrt{4x-2}}$	$F(x)=\sqrt{4x-2}$	3. $f(x)=-\frac{1}{\sqrt{3-2x}}$	$F(x)=\sqrt{3-2x}$
4. $f(x)=6x(x^2+ 1)^2$	$F(x)=(x^2 + 1)^3$	4. $f(x)=4x(x^2-1)$	$F(x)=(x^2 -1)^2$
5. $f(x)=- 2x \sin x^2$	$F(x)=\cos x^2$	5. $f(x)=2x \cos x^2$	$F(x)=\sin x^2$

Критерии оценивания практического занятия:

Уровни заданий	баллы	примечание
1 уровень	15	5 примеров по 3 балла каждое
2 уровень	12	3 примера по 4 балла каждое
3уровень	10	2 примера по 5 баллов каждое

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 45

Тема: Вычисление интегралов

Цель: Знать и уметь применять правила нахождения интегралов, формулу Ньютона-Лейбница; уметь пользоваться таблицей интегралов, сформировать личностные и предметные универсальные действия, определив полезность в работе подгруппы .

Результаты освоения учебной дисциплины:

-развитие логического мышления, критичности мышления на уровне, необходимом для продолжения образования и самообразования;

-готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;

-готовность и способность к самостоятельной ответственной деятельности;

-умение самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

- владение навыками познавательной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

-готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

-сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;

Материалы и оборудование: тексты заданий .

Рекомендуемая литература:

1.Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10—11 кл. – ОИЦ "Академия", 2013.

Интернет-ресурсы:

- Образовательный портал "Физ-мат класс".
- раздел "Открытого колледжа" - "Математика".

-shevkin.ru - проект "Математика. Школа. Будущее".

Информационный блок.

Формулы интегралов:

1. $\int x^m\,dx = \frac{x^{\mu+1}}{\mu+1} + C$; ($m \neq -1$).
2. $\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$.
3. $\int a^x\,dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$ ($a>0$, $a \neq 1$).
4. $\int e^x\,dx = e^x + C$.
5. $\int \sin x\,dx = \cos x + C$.
6. $\int \cos x\,dx = -\sin x + C$.
7. $\int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arctg} x + C$.
8. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C$.

9. $\int \frac{dx}{\cos^2 x}$ = tg x + C.

10. $\int \frac{dx}{\sin^2 x}$ = - ctg x + C.

Формула Ньютона – Лейбница : $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$

Три правила вычисления интегралов.

1. Интегрирование суммы:

$$\int_a^b (f(x) + g(x))dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$$

2. Вынесение постоянного множителя за знак интеграла:

$$\int_a^b kf(x)dx = k\int_a^b f(x)dx, \text{ где } k - \text{постоянная}$$

3.Замена переменной по формуле t =kx + p, где k и p – постоянные, k $\neq$ 0.

$$\int_a^b f(kx+p)dx = \frac{1}{k}\int_{ka+p}^{kb+p} f(t)dt$$

ПРИМЕР1. $\int 2^{3x-1}dx = \int 2^{3x} \cdot 2^{-1}\,dx = \frac{1}{2}\int \left(2^3\right)^x dx == \frac{1}{2}\int 8^x dx = \frac{8^x}{2\ln 8} + C$

Ответ: $\int 2^{3x-1}dx = \frac{8^x}{2\ln 8} + C$

ПРИМЕР 2: $\int \cos(2x)dx = \int \cos(2x) \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot dx = \int \cos(2x) \cdot \frac{1}{2} \cdot d(2x) =$

$= \frac{1}{2}\int \cos(2x)d(2x) = \frac{1}{2}\int d(\sin 2x) = \frac{1}{2}\sin 2x + C$

Ответ: $\int \cos(2x)dx = \frac{1}{2}\sin 2x + C$

ПРИМЕР 3. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x dx = -\frac{1}{2}(\cos\frac{\pi}{2} - \cos 0) = \frac{1}{2}$

Ответ: $\frac{1}{2}$

ПРИМЕР 4. $\int\left(x^5 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)dx = \int x^5\,dx + \int \frac{1}{\sqrt{x}}\,dx = \frac{x^6}{6} + 2\sqrt{x} + C$

Указание к работе:

Внимательно ознакомьтесь с заданиями, проработайте устно решенные примеры, обратите внимание на методы решения интегралов, вспомните вычисление выражений при подстановке числовых значений, действия с корнями и степенями.

Решение можно начать с любого примера, но помнить, что необходимо решить до 5 примеров из пунктов 1,2 за отведенное время.

Время выполнения – 90 минут.

Перечень примеров для решения:

1.Вычислить неопределенные интегралы:

А). $\int(\frac{1}{2}x^2 + 6x - 4)dx$ И). $\int(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt[3]{x}} + 1)dx$

Б). $\int \frac{dx}{x^3}$ К). $\int \frac{x^2+2}{x}dx$

В). $\int 3^x * 5^x dx$ Л). $\int \frac{x^3-8}{x-2}dx$

Г). $\int x * \sqrt{x}dx$ М). $\int \sin 2xdx$

Д). $\int(x - \frac{1}{x})dx$

Е). $\int(\frac{x^3}{2} - x^2 + \frac{7\sqrt{x}}{x})dx$

Ж). $\int(3x^7+6x^5-3x^2+4)dx$

З). $\int(2x + 3\cos x)dx$

2. Вычислить определенные интегралы:

А). $\int_{-3}^{1}(2x^2+3x-1)dx$ И). $\int_0^4 e^{0,5x-1}dx$

Б). $\int_1^4(2x + \frac{3}{\sqrt{x}})dx$К). $\int_1^2 2x^2dx$

В). $\int_1^e \frac{2}{x}dx$ Л). $\int_1^5 \frac{7dx}{x}dx$

Г). $\int_0^{\pi} \sin\frac{x}{2}dx$ М). $\int_{-2}^{4}(8 + 2x - x^2)dx$

Д). $\int_0^1(2x - 1)dx$

Е). $\int_1^4 \sqrt{x}dx$

Ж). $\int_{-1}^{2}(\frac{2}{x^2} - 3x^3+1)dx$

З). $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} 2\sin\frac{x}{3}dx$

Критерии оценивания практического занятия:

Номера заданий	баллы	примечание
1.Неопределенный интеграл	5	5 примеров по 1 баллу каждое
2.Определенный интеграл	5	5 примеров по 1баллу каждое

% результативности		Балл(отметка)	Вербальный аналог
90 - 100	9-10 баллов	5	Отлично
70-89	6-8 баллов	4	Хорошо
40-69	5 баллов	3	Удовлетворительно
Менее 40	От 4 и менее баллов	2	Неудовлетворительно
0	Нет решений	1	неудовлетворительно

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 46

Тема: Применение интеграла к вычислению площадей

Цель: Применение определенного интеграла к вычислению площадей фигур, ограниченных линиями.

Результаты освоения учебной темы:

-развитие логического мышления, критичности мышления на уровне, необходимом для продолжения образования и самообразования;

-готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;

-готовность и способность к самостоятельной ответственной деятельности;

- готовность к коллективной работе, сотрудничеству со сверстниками в обра зовательной, общественно полезной деятельности;

- владение навыками познавательной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

-готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

- сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;

Материалы и оборудование: тексты заданий .

Рекомендуемая литература:

1.Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10—11 кл. – ОИЦ "Академия", 2010.

Интернет-ресурсы:

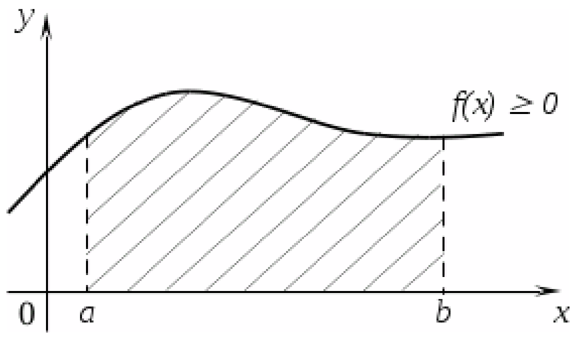
- Образовательный портал "Физ-мат класс".
- раздел "Открытого колледжа" - "Математика".

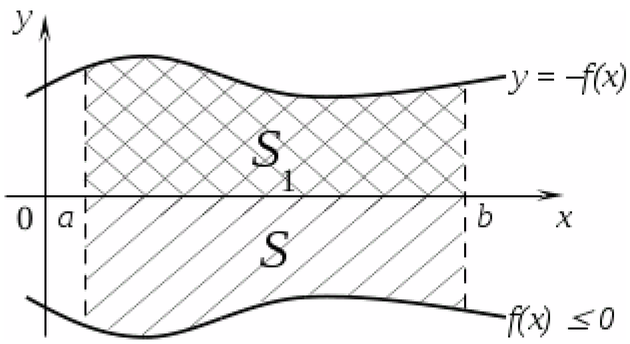
-shevkin.ru - проект "Математика. Школа. Будущее".

Информационный блок.

Формула Ньютона – Лейбница :
$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

Определенный интеграл равен площади криволинейной трапеции, ограниченной кривой $y = f(x)$, осью OX и прямыми $x = a$, $x = b$.

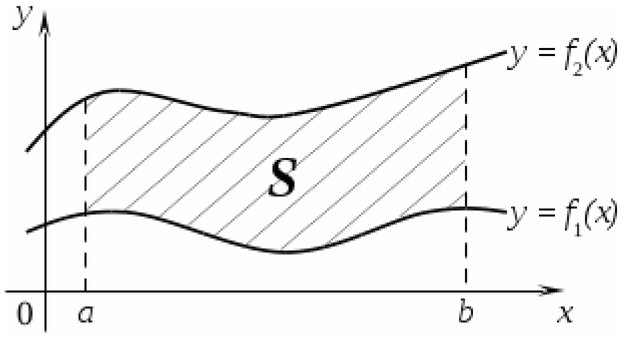




Отображаем симметрично оси *OX*

$$S_1 = S = \int_a^b - f(x)\,dx$$

$$S_1 = -\int_a^b f(x)\,dx$$



$$S = \int_a^b f_2(x)\,dx - \int_a^b f_1(x)\,dx = \int_a^b \left(f_2(x) - f_1(x) \right) dx$$

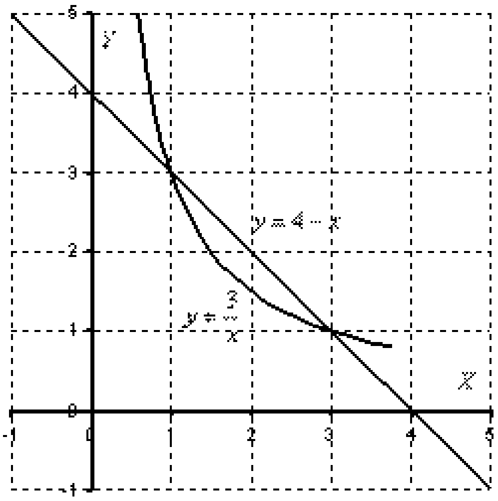
Вычислить площадь криволинейной трапеции, ограниченной линиями:

Пример 1.у= 4 – х, у = $\frac{3}{x}$, построим эти графики:

$$S = \int_1^3 \left(4 - x - \frac{3}{x}\right) dx = \left(4x - \frac{x^2}{2} - 3\ln|x|\right)\Big|_1^3 =$$

$$= 12 - \frac{9}{2} - 3\ln 3 - \left(4 - \frac{1}{2} - 0\right) =$$

$$= \frac{15}{2} - 3\ln 3 - \frac{7}{2} = 4 - 3\ln 3$$

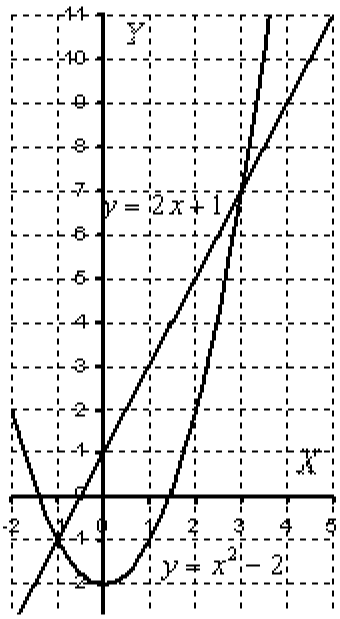


Пример 2. у = 2х+1, у= х^2-2, построим эти графики:

$$S=\int_{-1}^{3}\left(2x+1-(x^2-2)\right)dx=\int_{-1}^{3}\left(2x+1-x^2+2\right)dx=$$

$$=\int_{-1}^{3}(3+2x-x^2)dx=\left(3x+x^2-\frac{x^3}{3}\right)\Big|_{-1}^{3}=$$

$$=(9+9-9)-\left(-3+1+\frac{1}{3}\right)=9+\frac{5}{3}=10\frac{2}{3}$$

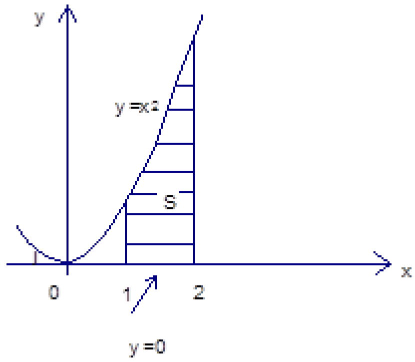


Пример 3.

$y=x^2, y=0, x=1, x=2.$

Решение.

Вот искомая площадь:



$$S=\int_a^b f(x)dx=F(x)|_a^b=F(b)-F(a)$$

Это общая формула. Конкретно к нашему случаю она применима так:

Пределы интегрирования $a=1, b=2, f(x)=x^2$.

$S=\int_1^2 x^2dx=\frac{1}{3}x^3|_1^2=\frac{1}{3}(2^3-1^3)=\frac{7}{3}$ кв.ед.

Вычислили площадь криволинейной фигуры.

Ответ: $\frac{7}{3}$ кВ.ед.

Указание к работе:

Внимательно ознакомьтесь с заданиями, проработайте устно решенные примеры, обратите внимание на построение графиков и определение пределов интегрирования при решения интегралов, вычисление выражений при подстановке числовых значений при использовании формулы Ньютона-Лейбница, дополнительных формул для решения.

Из задания № 1 выполнить 2 задания , из задания № 2 – 2 задания, из задания № 3 – по одному заданию каждого варианта.

Задания решаются с объяснениями в течении 90 минут, в течении урока планируется показ решений на доске для разрешения затруднений.

Перечень заданий:

1. Запишите формулы для вычисления площади заштрихованных фигур изображенных на рисунке.

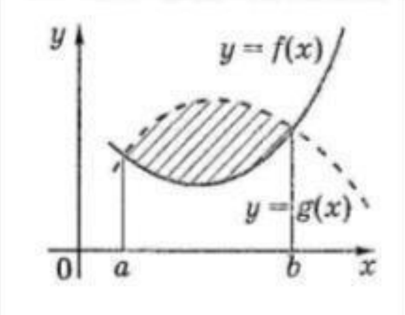


Рис. а

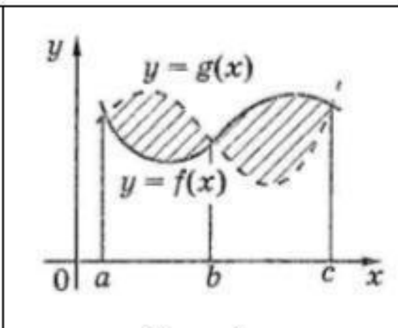


Рис. б

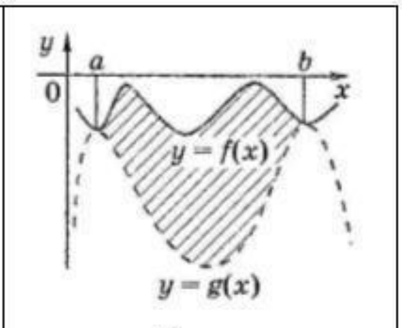


Рис. в

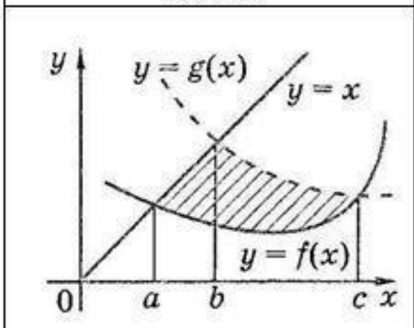


Рис. г

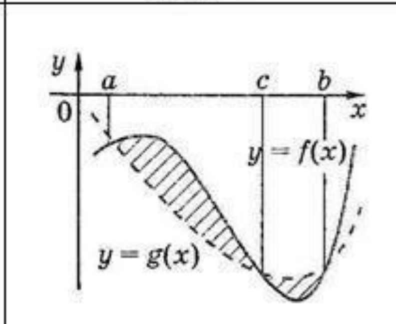


Рис. д

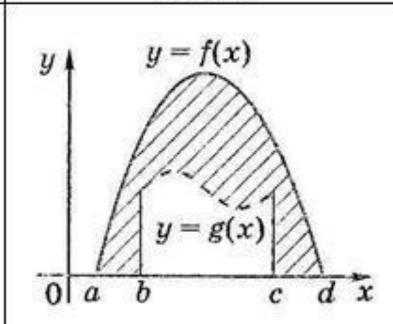
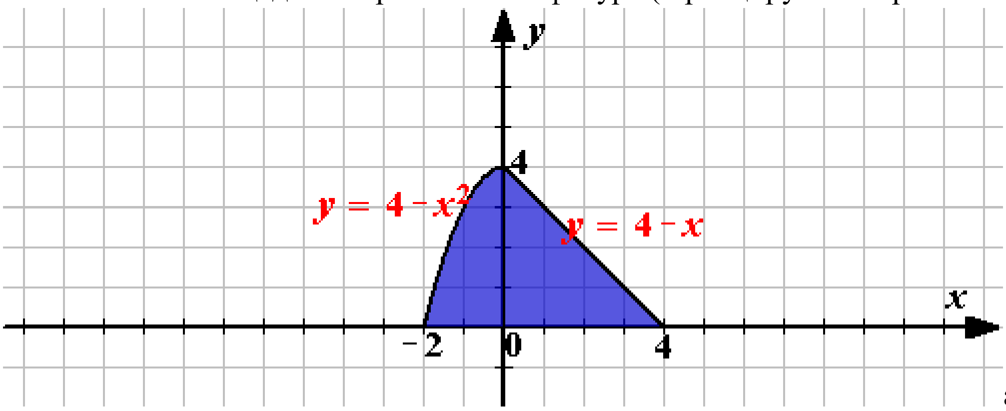
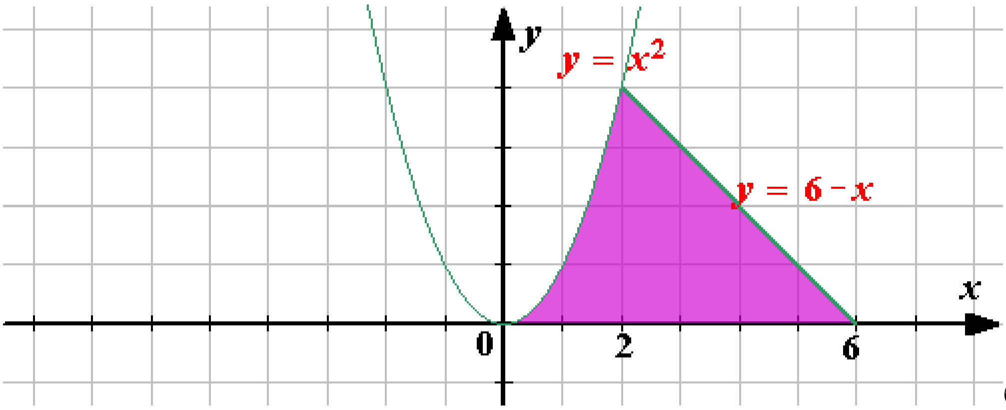


Рис. е

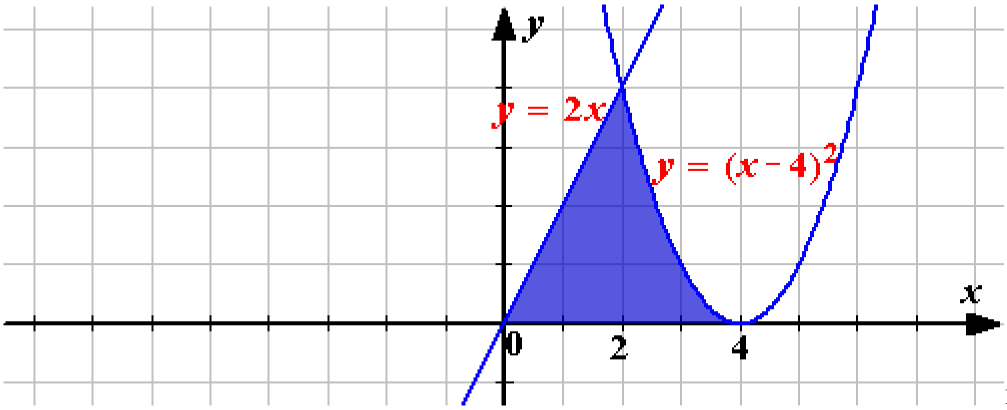
2. вычислите площадь заштрихованной фигуры(проецируется через ММП)



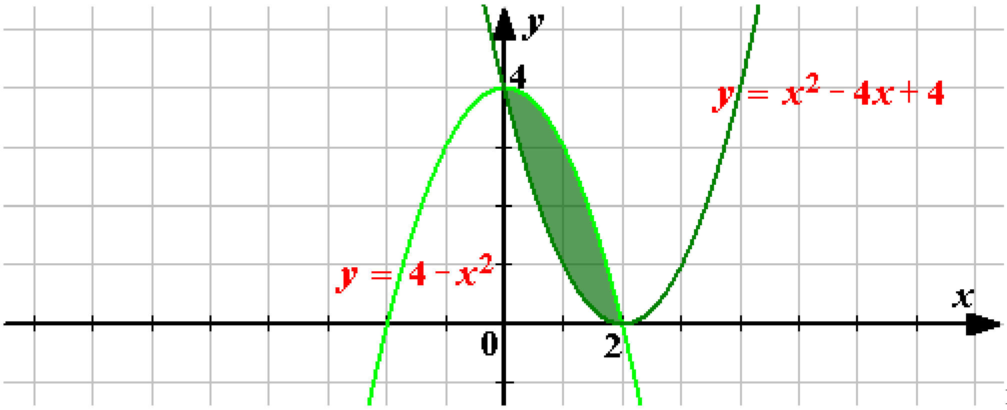
а).



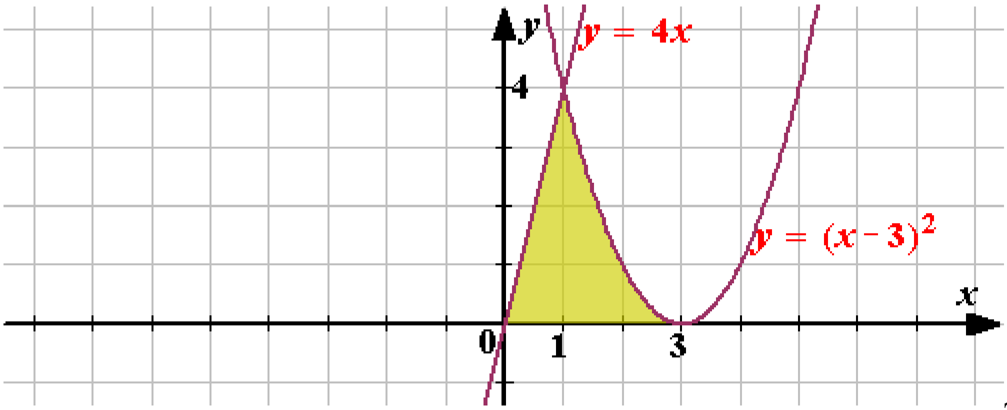
б).



в).



г).



д).

3. **В1**. Найти площадь фигуры, ограниченной графиками функций функций

$y=x^2-2x+3$, $y=3x-1$

В2. Найти площадь фигуры, ограниченной графиками

$y=4/x^2$, $x=1$, $y=x-1$

Критерии оценивания практического занятия:

Номера заданий	Общее количество баллов	примечание
№1	4	2 примера по 2 балла каждое
№2	6	2 примера по 3 балла каждое
№3	3	1пример 3 балла

% результативности		Балл(отметка)	Вербальный аналог
90 - 100	12-13 баллов	5	Отлично
70-89	9-11 баллов	4	Хорошо
40-69	5-8 баллов	3	Удовлетворительно
Менее 40	От 4 и менее баллов	2	Неудовлетворительно
0	Нет решений	1	неудовлетворительно

Практическое занятие №53

Тема: Решение рациональных, дробно-рациональных неравенств**.**

Цель: обобщить приемы и методы при решении различных уравнений и неравенств.

Литература:

М.И. Башмаков / Математика: М.: Издательский центр «Академия», 2013г.

А.В. Погорелов, «Геометрия»

Таблица умножения.

Инструкция по выполнению практической работы.

I вариант	**II вариант**
2. *Решить неравенство*:	
$(x-4)(2x+1)\geq 0$;	$(3x-1)(x+3)\leq 0$.
3. *Найти область определения*:	
$y=\sqrt{x^2-1}$;	$y=\sqrt{2x^2-4x}$.

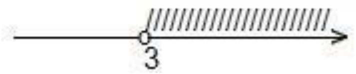
Решить неравенство:

1) $4^{5-2x}<0{,}25$.

Представим правую часть в виде: $0{,}25=(^{25}/_{100})=(^{1}/_{4})=4^{-1}$;

$4^{5-2x}<4^{-1}$; функция $y=4^x$ с основанием 4>1возрастает на R, поэтому, опуская основания степеней, знак неравенства сохраним:

5-2x<-1; — 2x<-1-5; — 2x<-6 |:(-2) при делении обеих частей неравенства на отрицательное число, знак неравенства меняют на противоположный: x>3.

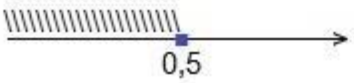


Ответ: (3; +∞).

2) $0{,}4^{2x+1}\geq 0{,}16$.

Представим число 0,16 в виде степени числа 0,4. Получаем: $0{,}4^{2x+1}\geq 0{,}4^2$; основание степеней – число0,4— удовлетворяет условию:0<0,4<1; поэтому, опускаем основания степеней, а знак неравенства меняем на противоположный:

2x+1≤2; 2x≤2-1; 2x≤1 |:2 x≤0,5.



Ответ: (-∞; 0,5].

3) $2^{3-x}+2^{1-x}>40$. Применим формулу: $a^{x+y}=a^x\cdot a^y$. Запишем неравенство в виде:

$2^3\cdot 2^{-x}+2^1\cdot 2^{-x}>40$; Вынесем общий множитель за скобки:

$2^{-x}\cdot(2^3+2^1)>40$; упрощаем левую часть:

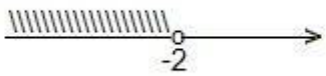
$2^{-x}\cdot(8+2)>40$;

$2^{-x}\cdot 10>40$ |:10

$2^{-x}>4$;

$2^{-x}>2^2$; основание степени — число 2>1, значит, знак неравенства сохраняем:

— x>2 |:(-1) при делении обеих частей неравенства на отрицательное число — знак неравенства меняют на противоположный: x<-2.



Ответ: (-∞; -2).

Рекомендуемая литература:

Для студентов:

Основные источники:

1.М.И. Башмаков. Математика. Алгебра и начала математического анализа, геометрия. Учебник. М: «Академия», 2017 год. [Электронный ресурс]. Медиатека колледжа.
2.М.И. Башмаков. Математика. Задачник. М: «Академия», 2014 год.
3.М.И. Башмаков. Математика. Алгебра и начала математического анализа, геометрия. Учебник. М: «Академия», 2016 год.
4.М.И. Башмаков. Математика. Задачник. М: «Академия», 2014 год. [Электронный ресурс]. Медиатека колледжа.

Дополнительные источники:

1. А.Н. Колмогоров. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 кл. Учебное пособие. М: «Просвещение», 2018 год. [Электронный ресурс]. Медиатека колледжа.
2.А.В. Погорелов. Геометрия. 10-11 кл. Учебник. Базовый и профильный уровни. М: «Просвещение», 2014 год. [Электронный ресурс]. Медиатека колледжа.
3.М.И. Башмаков. Математика. Учебник. М: «Академия», 2014 год
4.С.М. Никольский. Алгебра и начала математического анализа. Учебник. М: «Академия», 2011 год.
5.Д.В. Дорофеев. Математика. Сборник задач для проведения письменного экзамена за курс средней школы. 11 класс. М: «Дрофа», 2008 год.
6.А.А. Дадаян. Математика. Учебник. М: «Академия», 2008 год.
7.А.А. Дадаян. Сборник задач по математике. М: «Академия», 2007 год
8.А.Г. Мордкович. Алгебра и начала анализа. 10-11 кл. В 2-х частях. Ч.1. 11 класс. Учебник. М: «Мнемозина», 2005 год.
9.А.Г. Мордкович. Алгебра и начала анализа. 10-11 кл. В 2-х частях. Ч.2. 11 класс. Задачник. М: «Мнемозина», 2005 год.
10.Ш.А. Алимов. Алгебра и начала анализа. Учебник. 10-11 кл. М: «Просвещение», 2004 год.
11.А.С. Атанасян. Геометрия. Учебник. 10-11 класс. М: «Просвещение», 2000 год.
12.Б.Г. Зив. Задачи по геометрии. Учебное пособие. 7-11 кл. М: «Просвещение», 2000 год.

Для преподавателей:

Основные источники:

1.Об образовании в Российской Федерации: федер. закон от 29.12. 2012 № 273-ФЗ (в ред. Федеральных законов от 07.05.2013 № 99-ФЗ, от 07.06.2013 № 120-ФЗ, от 02.07.2013 № 170-ФЗ, от 23.07.2013 № 203-ФЗ, от 25.11.2013 № 317-ФЗ, от 03.02.2014 № 11-ФЗ, от 03.02.2014 № 15-ФЗ, от

05.05.2014 № 84-ФЗ, от 27.05.2014 № 135-ФЗ, от 04.06.2014 № 148-ФЗ, с изм., внесенными Федеральным законом от 04.06.2014 № 145-ФЗ, в ред. от 03.07.2016, с изм. от 19.12.2016.)

2. Приказ Министерства образования и науки РФ от 31 декабря 2015 г. N1578 "О внесении изменений в федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования, утвержденный приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 17 мая 2012 г. N413"

3. Примерная основная образовательная программа среднего общего образования, одобренная решением федерального учебно-методического объединения по общему образованию (протокол от 28 июня 2016 г. № 2/16-з).

4. Башмаков М.И., Цыганов Ш.И.Методическое пособие для подготовки к ЕГЭ.-М., 2014

5. М.И. Башмаков. Математика. Алгебра и начала математического анализа, геометрия. Учебник. М: «Академия», 2017 год. [Электронный ресурс]. Медиатека колледжа.

6. М.И. Башмаков. Математика. Задачник. М: «Академия», 2014 год.

7. М.И. Башмаков. Математика. Алгебра и начала математического анализа, геометрия. Учебник. М: «Академия», 2016 год.

8. М.И. Башмаков. Математика. Задачник. М: «Академия», 2014 год. [Электронный ресурс]. Медиатека колледжа.

Дополнительные источники:

1А.Н. Колмогоров. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 кл. Учебное пособие. М: «Просвещение», 2018 год. [Электронный ресурс]. Медиатека колледжа.

2. А.В. Погорелов. Геометрия. 10-11 кл. Учебник. Базовый и профильный уровни. М: «Просвещение», 2014 год. [Электронный ресурс]. Медиатека колледжа.

3. М.И. Башмаков. Математика. Учебник. М: «Академия», 2014 год

4. С.М. Никольский. Алгебра и начала математического анализа. Учебник. М: «Академия», 2011 год.

5. Д.В. Дорофеев. Математика. Сборник задач для проведения письменного экзамена за курс средней школы. 11 класс. М: «Дрофа», 2008 год.

6. А.А. Дадаян. Математика. Учебник. М: «Академия», 2008 год.

7. А.А. Дадаян. Сборник задач по математике. М: «Академия», 2007 год

8. А.Г. Мордкович. Алгебра и начала анализа. 10-11 кл. В 2-х частях. Ч.1. 11 класс. Учебник. М: «Мнемозина», 2005 год.

9. А.Г. Мордкович. Алгебра и начала анализа. 10-11 кл. В 2-х частях. Ч.2. 11 класс. Задачник. М: «Мнемозина», 2005 год.

10. Ш.А. Алимов. Алгебра и начала анализа. Учебник. 10-11 кл. М: «Просвещение», 2004 год.

11. А.С. Атанасян. Геометрия. Учебник. 10-11 класс. М: «Просвещение», 2000 год.

12. Б.Г. Зив. Задачи по геометрии. Учебное пособие. 7-11 кл. М: «Просвещение», 2000 год.

Интернет- ресурсы:

1.htt://uztest.ru/ Сайт для учителей математики (предоставляются возможности: тестирования по условиям ЕГЭ; скачивания готовых методических материалов; ведения электронного журнала по предмету; переписки с учащимися; составления индивидуальных тестов из банка заданий и автоматической рассылки зарегистрированных пользователям-учащимся)

2.www.Studmed.ru/Учебно-методическая литература для учащихся и студентов (ГДЗСтуденческие работы, контрольные, рефераты, курсовые)

3.www.twirpx.com/. Библиотека студента. (На сайте труды по гуманитарным, историческим, юридическим, психологическим, педагогическим, общеобразовательным, научным, техническим, специальным и другим дисциплинам.А так же лабораторные, курсовые, методички, дипломы, шпаргалки, решебники)

4.www.fcior.edu.ru(Информационные, тренировочные и контрольные материалы).

5.www.school-collection.edu.ru(Единая коллекции цифровых образовательных ресурсов).