Государственное бюджетное
профессиональное образовательное учреждение
«Кунгурский колледж агротехнологий и управления»

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ ПО ДИСЦИПЛИНЕ ЕН.01 Элементы высшей математики

по специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование

2023

Рассмотрено и одобрено
на заседании методической
комиссии естественно-научных
дисциплин
Протокол №1
от «31» августа 2023 г.

Председатель МК
_____________ В.Н. Чернышева

Утверждаю
Заместитель директора
_____________Л.И. Петрова

Методические рекомендации по выполнению практических работ составлены всоответствии с рабочей программой учебной дисциплины ЕН.01 Элементы высшей математики

Организация-разработчик: **государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение «Кунгурский сельскохозяйственный колледж»**

Составитель:

М.Л. Каменева, преподаватель

Ф.И.О., должность

Пояснительная записка

Методические рекомендации к выполнению практических работ по дисциплине ЕН.01 Элементы высшей математики предназначены для организации самостоятельной работы обучающихся первого курса очного отделения специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование.

Учебным планом на изучение дисциплины отводится 124 часа, в том числе практические занятия – 62 часа. Практические занятия являются важной формой образовательного процесса и направлены на экспериментальное подтверждение теоретических положений и формирование учебных и профессиональных практических умений, они составляют важную часть теоретической и профессиональной практической подготовки.

Перед выполнением практической работы преподавателем проводится инструктаж, который включает цель задания, его содержание, время выполнения, основные требования к результатам работы, критерии оценки выполнения задания. Выполнению практических занятий предшествует проверка знаний студентов - их теоретической готовности к выполнению задания. Практические занятия носят репродуктивный характер. Работы, носящие репродуктивный характер, отличаются тем, что при их проведении студенты пользуются подробными инструкциями, в которых указаны: цель работы, пояснения (теория, основные характеристики), порядок выполнения работы.

Критерии оценивания при выполнении практической работы:

Процент результативности (%)	Оценка уровня подготовки	Оценка
91 – 100	отлично	5
70 - 90	хорошо	4
50 - 69	удовлетворительно	3
Менее 50	неудовлетворительно	2

Время выполнения практической работы составляет 90 минут.

В процессе инструктажа преподаватель обращает внимание обучающихся на возможные встречающиеся типичные ошибки.

Практическая работа №1. ***Вычисление определителей***

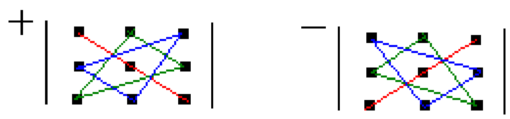
Цель: сформировать умения и навыки вычисления определителей 2-ого и 3-его порядка.

Теоретическая часть

<u>определители 2-ого порядка вычисляются по формуле</u>:

$$\begin{vmatrix} a_1 & в_1 \\ a_2 & в_2 \end{vmatrix} = a_1 \cdot в_2 - a_2 \cdot в_1$$

<u>определители 3-ого порядка вычисляются по схеме (метод треугольников)</u>:



<u>определители 3-ого порядка можно вычислить, разложив по 1-ой строке:</u>

$$\begin{vmatrix} a_1 & в_1 & c_1 \\ a_2 & в_2 & c_2 \\ a_3 & в_3 & c_3 \end{vmatrix} = a_1 \cdot \begin{vmatrix} в_2 & c_2 \\ в_3 & c_3 \end{vmatrix} - в_1 \cdot \begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} + c_1 \cdot \begin{vmatrix} a_2 & в_2 \\ a_3 & в_3 \end{vmatrix}$$

Знаки перед множителями a_1, $в_1$, c_1 определяются по схеме:

$$\begin{vmatrix} + & - & + \\ - & + & - \\ + & - & + \end{vmatrix}$$

Практическая часть

1 Вычислить определители 2-ого порядка:

$$\begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 5 & 8 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 21 & 25 \\ 30 & 40 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 8 & 4 \\ 12 & 2 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 28 & 46 \\ 31 & 12 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 28 & 32 \\ 64 & 19 \end{vmatrix}$$

2 Вычислить определители 3-ого порядка методом треугольников, либо расширением:

$$\begin{vmatrix} 32 & 33 & 4 \\ 80 & 30 & 55 \\ 40 & 45 & 82 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 2 & 8 & 7 \\ 15 & 31 & 18 \\ 10 & 12 & 20 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 2 & 12 & 14 \\ 11 & 4 & 15 \\ 13 & 16 & 6 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 31 & 28 & 11 \\ 25 & 0 & 36 \\ 18 & 22 & 43 \end{vmatrix}.$$

3 Вычислить определители 3-ого порядка:

А) разложив определитель по 1-ой строке $\begin{vmatrix} 0 & 8 & 25 \\ 4 & 3 & 2 \\ 5 & 8 & 16 \end{vmatrix}$

Б) разложив определитель по 2-ой строке $\begin{vmatrix} 25 & 31 & 62 \\ 0 & 21 & 0 \\ 44 & 33 & 22 \end{vmatrix}$

В) разложив определитель по 2-му столбцу $\begin{vmatrix} 31 & 28 & 11 \\ 25 & 0 & 36 \\ 18 & 0 & 43 \end{vmatrix}$

Г) наиболее удобным способом $\begin{vmatrix} 61 & 23 & 35 \\ 55 & 64 & 23 \\ 56 & 0 & 0 \end{vmatrix}$ и $\begin{vmatrix} 54 & 85 & 77 \\ 54 & 65 & 0 \\ 55 & 12 & 0 \end{vmatrix}$.

4 Проверьте правильность вычислений с помощью электронных таблиц.

Практическая работа №2.*Операции над матрицами.*

Цель: Сформировать навыки и умения действий над матрицами.

Теоретическая часть

<u>Сложение матриц:</u> результатом сложения двух матриц является матрица, каждый элемент которой представляет собой сумму соответствующих элементов матриц.

$$A+B=C, \text{ где } c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$$

<u>Умножение матриц:</u> результатом умножения двух матриц является матрица, каждый элемент которой является результатом перемножения соответствующей строки первой матрицы на соответствующий столбец второй матрицы.

$$AB=C, \text{ где } c_{ij} = \sum_{l=1}^{n} a_{il} \cdot b_{lj}$$

<u>Умножение матрицы на число:</u> результатом умножения матрицы на число является матрица, каждый элемент которой умножен на это число.

$$dA=C, \text{ где } c_{ij} = d \cdot a_{ij}$$

Определение: Единичной матрицей называется такая квадратная матрица, диагональные элементы которой равны единицам, а остальные равны нулю.

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Практическая часть

Даны матрицы А и В (смотри ниже).

1 Выполните действия: АВ, ВА, A^2, B^2

2 Найти значение матричного многочлена:

А) 4(2А+3В)

Б) A^2+В+3Е

В) $4B^2$+Е+2А

Г) (Е+А)6+В

Д) (В+5А)10+ A^2+4B^2

Е) 2 A^2 +3(Е+4 B^2)

3 Какую матрицу С нужно прибавить к матрице А, чтобы получить единичную?

4 Какую матрицу D нужно прибавить к матрице В, чтобы получить единичную?

5 Проверьте правильность вычислений с помощью электронных таблиц.

Вариант 1:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 2:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \\ 2 & -3 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 3:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \\ 2 & -3 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 4:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -4 & 1 \\ 3 & -3 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 5:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -4 & 1 \\ 3 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

Вариант 6:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 7:

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -2 & 3 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

Вариант 8:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & -4 \end{pmatrix}$$

Вариант 9:

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & -4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 10:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -4 & -1 \\ 3 & 3 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ -2 & 1 & 2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

Практическая работа №3. *Нахождение обратной матрицы*

Цель практической работы: освоить способы выполнения операций над матрицами, элеметарные преобразвания матриц, вычисление определителя, нахождение обратной матрицы.

Задания.

1. Найти матрицу 2А.
2. Найти А+В.
3. Найти С = А-3В.
4. Вычислить А·В и В·А
5. Найти транспонированную матрицу
6. Найти минор M_{23} к элементу a_{23} определителя
7. Найти алгебраическое дополнение A_{23} к элементу a_{23} определителя.
8. Вычислить определитель матрицы
9. Найти обратную матрицу
10. Возвести матрицу в квадрат.

Вариант1.

А. 2 8 5 В. -1 -2 3
-4 1 3 1 -2 1
8 -2 -6 1 3 4

Вариант 2.

А. 1 4 3 В. -2 1 1
-8 2 -5 -2 -1 3
1 1 -1 3 1 -4

Вариант 3.

А. -6 8 -2 В. -4 3 1
5 2 8 1 -2 1
3 -4 1 3 -2 -1

Вариант 4.

$$A.\ \begin{matrix} 2 & -8 & -5 \\ 4 & 1 & 3 \\ -8 & -2 & -6 \end{matrix} \qquad B.\ \begin{matrix} -1 & 3 & -2 \\ 1 & -4 & 3 \\ 1 & 1 & -2 \end{matrix}$$

Вариант 5.

$$A.\ \begin{matrix} 1 & 4 & -3 \\ -8 & 2 & 5 \\ 2 & 8 & -6 \end{matrix} \qquad B.\ \begin{matrix} -3 & -2 & 1 \\ -2 & -3 & -1 \\ 4 & 3 & -1 \end{matrix}$$

Вариант 6.

$$A.\ \begin{matrix} 2 & -8 & 5 \\ 4 & 1 & -3 \\ 8 & 2 & -6 \end{matrix} \qquad B.\ \begin{matrix} -1 & 3 & 4 \\ -1 & -3 & -2 \\ 1 & -2 & -3 \end{matrix}$$

Вариант 7.

$$A.\ \begin{matrix} -6 & -2 & 8 \\ 3 & 1 & -4 \\ 5 & 8 & 2 \end{matrix} \qquad B.\ \begin{matrix} -3 & -2 & -1 \\ -2 & -3 & 1 \\ 3 & 4 & -1 \end{matrix}$$

Вариант 8.

$$A.\ \begin{matrix} 1 & -4 & 3 \\ 8 & 2 & 5 \\ -2 & 8 & -6 \end{matrix} \qquad B.\ \begin{matrix} -3 & 1 & -2 \\ 4 & -1 & 3 \\ -2 & -1 & -3 \end{matrix}$$

Вариант 9.

$$A.\ \begin{matrix} -6 & -8 & 2 \\ -5 & 2 & 8 \\ -3 & -4 & 1 \end{matrix} \qquad B.\ \begin{matrix} -4 & 1 & 3 \\ 3 & -1 & -2 \\ 1 & 1 & -2 \end{matrix}$$

Вариант 10.

A. $\begin{matrix} 2 & -5 & -8 \\ -8 & -6 & -2 \\ 4 & 3 & 1 \end{matrix}$ B. $\begin{matrix} -1 & 4 & 3 \\ 1 & -3 & -2 \\ -1 & -2 & -3 \end{matrix}$

Практическая работа №4. *Решение простейших матричных уравнений.*

Цель: закрепить умения и навыки решения систем линейных уравнений матричным методом.

Теоретическая часть

Алгоритм решения систем линейных уравнений матричным методом:

1) Записать систему уравнений в матричном виде : AX=B, где A- матрица коэффициентов перед неизвестными, X – матрица-столбец неизвестных, B- матрица-столбец свободных членов.

2) Вычислить A^{-1} (обратную матрицу)

3) $\mathrm{X} = \mathrm{A}^{-1} \cdot \mathrm{B}$

Практическая часть

Решить системы уравнений матричным методом

А) $\begin{cases} 2x + y + 2z = 1 \\ 3x - y + 2z = 1 \\ 4x - y + 5z = -3 \end{cases}$ В) $\begin{cases} 2x - 4y + 3z = 1 \\ 3x - y + 5z = 2 \\ x - 2y + 4z = 3 \end{cases}$

Б) $\begin{cases} 3x + 3y + 2z - 7 = 0 \\ x + 2y + 3z - 4 = 0 \\ 2x + e - z - 3 = 0 \end{cases}$ Г) $\begin{cases} 2x - y - 3z = 0 \\ x + 3y - 4z = -11 \\ 3x + 2y - z = 7 \end{cases}$

Д) $\begin{cases} 4x + 3y + 2z - 1 = 0 \\ 2x - 5y - 3z - 16 = 0 \\ 3x + 2y + 4z - 4 = 0 \end{cases}$

Е) $\begin{cases} 3x + y - z - 1 = 0 \\ x + 2y + 3z - 4 = 0 \\ 2x + 4y + 5z - 3 = 0 \end{cases}$

Ж) $\begin{cases} 3x + 2y - z = -3 \\ 2x - y + 3z = 21 \\ x + y - z = -5 \end{cases}$

Проверьте правильность вычислений с помощью электронных таблиц.

Практическая работа №5. *Решение систем линейных уравнений по правилу Крамера.*

Цель: закрепить умения и навыки решения систем 2-х и 3-х линейных уравнений методом Крамера.

Теоретическая часть

<u>Определение1</u>: Совокупность чисел называется решением системы, если она обращает все уравнения в тождества.

<u>Определение2</u>: Система совместна, если имеет хотя бы одно решение, и несовместна если не имеет ни одного решения.

<u>Определение3</u>: Система определённая и совместная, если обладает единственным решением; неопределённая совместная, если решений больше одного (бесконечно много).

Формулы см. в лекциях.

Практическая часть

Решить системы уравнений методом Крамера:

А) $\begin{cases} x-2y+z=0 \\ 3x-5y+2z=0 \end{cases}$

Б) $\begin{cases} 2x+y=1/5 \\ 4x+2y=1/3 \end{cases}$

В) $\begin{cases} 3x+2y=1/6 \\ 9x+6y=1/2 \end{cases}$

Г) $\begin{cases} 3x+2y+z=8 \\ x-3y-z=1 \\ 2x+13y+5z=13 \end{cases}$

Д) $\begin{cases} x+y+z=0 \\ 3x+6y+5z=0 \\ x+4y+3z=0 \end{cases}$

Е) $\begin{cases} -5x + y + z = 0 \\ x - 6y + z = 0 \\ x + y - 7z = 0 \end{cases}$

Ж) $\begin{cases} x + 3y - 6z = 12 \\ 3x + 2y + 5z = -10 \\ 2x + 5y - 3z = 6 \end{cases}$

З) $\begin{cases} (a+b)x - (a-b)y = 4ab \\ (a-b)x + (a+b)y = 2(a^2 - b^2) \end{cases}$

И) $\begin{cases} ax + by + (a+b)z = 0 \\ bx + ay + (a+b)z = 0 \\ x + y + 2z = 0 \end{cases}$

Проверьте (где возможно) правильность вычислений с помощью электронных таблиц.

Практическая работа №6. *Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.*

Цель: закрепить умения и навыки решения систем линейных уравнений методом Гаусса.

Теоретическая часть

Определение1: Совокупность чисел называется решением системы, если она обращает все уравнения в тождества.

Определение2: Система совместна, если имеет хотя бы одно решение, и несовместна, если не имеет ни одного решения.

Определение3: Система определённая и совместная, если обладает единственным решением; неопределённая совместная, если решений больше одного (бесконечно много).

Алгоритм решения систем линейных уравнений методом Гаусса:

1 Записать расширенную матрицу системы линейных уравнений

2 Привести матрицу к ступенчатому виду

3 СЛУ определённая и совместная (имеет одно решение), если матрица принимает треугольный вид (решение находят подстановкой)

СЛУ неопределённая и совместная (имеет бесконечно много решений), если матрица принимает трапецеидальный вид.

Практическая часть

Решить системы уравнений методом Гаусса:

А) $\begin{cases} x+y-z=2 \\ -2x+y+z=3 \\ x+y+z=6 \end{cases}$

Б) $\begin{cases} 3x-y=5 \\ -2x+y+z=0 \\ 2x-y+4z=15 \end{cases}$

В) $\begin{cases} 2x+2y-z=4 \\ 3x-y-3z=7 \\ x+y-2z=3 \end{cases}$

Г) $\begin{cases} 4x+2y+3z=-2 \\ 2x+8y-z=8 \\ 9x+y+8z=0 \end{cases}$

Д) $\begin{cases} 2x+3y-5z=0 \\ 3x-y+9z-33=0 \\ 5x+3y-2z-21=0 \end{cases}$

Е) $\begin{cases} 5x+y+7z-15=0 \\ 3x+4y+2z-26=0 \\ 7x+2y-5z-24=0 \end{cases}$

Проверьте правильность вычислений с помощью электронных таблиц.

Практическая работа №7. *Решение систем разными способами.*

Цель: отработка практических навыков решения систем линейных уравнений разными способами.

Задание: Решить систему 3-х линейных уравнений с 3-мя неизвестными тремя способами. Значения коэффициентов представлены в таблице 1.

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \end{cases}$$

Таблица:

Номер варианта	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{21}	a_{22}	a_{23}	a_{31}	a_{32}	a_{33}	b_1	b_2	b_3
1	-1	1	-3	2	0	3	4	1	1	2	-1	3
2	1	2	2	-2	1	0	2	-3	4	2	6	-10
3	2	2	-1	3	4	2	1	1	0	2	2	3
4	1	2	-2	2	0	1	-2	1	3	5	4	8
5	1	-3	0	2	3	-1	-4	2	1	-1	2	-2
6	2	1	-3	1	0	4	2	-2	-1	-2	3	2
7	-1	1	1	1	-3	2	-2	0	1	-5	-3	2
8	-1	3	4	3	0	-2	-2	2	3	1	7	2
9	1	0	2	2	1	1	1	1	-3	2	8	4
10	1	1	-2	-2	0	1	1	-2	-1	2	1	5

5. Ответьте письменно в тетради на контрольные вопросы:

1. Какие существуют способы вычисления определителей 3-го порядка?
2. В чем суть метода Крамера?
3. В чем суть метода Гаусса?
4. В чем суть матричного метода решения систем уравнений?

Практическая работа №8. *Графический способ решения задач линейного программирования.*

Цель:

1) Формирование умений составления сводных таблиц по данным задачи.

2)Формирование умений : создания математических моделей экономических процессов; нахождения оптимальных решений.

3) Закрепить умения решения задач линейного программирования графическим методом.

4) Формирования умений составления аналитического вывода по задаче.

Ход работы:

1.Решить задачи.

2.Сформулировать вывод (в выводе указать смысл постановки задачи линейного программирования).

1.

Вариант I:

Решить задачи линейного программирования:

Задача 1. Найти множество решения системы на плоскости X_1OX_2

$$\begin{cases} x_2 \ge 0 \\ x_1 - x_2 \le 1 \\ x_1 - 4x_2 \ge -2 \end{cases}$$

Задача 2. $F = 3x_1 - 6x_2 \to \max$ при ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \ge 2 \\ -x_1 + 2x_2 \le 4 \\ x_1 + 2x_2 \le 8 \\ x_1 \ge 0;\ x_2 \ge 0 \end{cases}$$

Найти оптимизацию целевой функции $F=3x_1-6x_2 \to \max$

Задача 3. Рацион питания животных на ферме состоит из двух видов кормов: I и II. 1 кг корма I-го вида стоит 70 д.е., 1 кг корма II-го вида стоит 10 д.е. Содержание питательных веществ: 1 кг I вида – жиров 1 ед., белков 3 ед., 1 кг II вида – жиров 2 ед., белков 1 ед. Составить наиболее дешевый рацион питания, обеспечивающий жиров не менее 6 ед., белков не менее 8 ед.

Задача 4. необходимо распилить 30 бревен длиной по 7 м каждое на бруски 2 м и 4 м, при этом должно получиться равное количество брусков каждого размера.

Составить план распила такой, чтобы получилось наибольшее число комплектов и все бревна будут распилены.

Вариант II:

Решить задачи линейного программирования:

Задача 1. Найти множество решения системы на плоскости X_1OX_2

$$\begin{cases} x_2 \ge 0 \\ x_1 - x_2 \le 1 \\ x_1 - 4x_2 \ge -2 \end{cases}$$

Задача 2. С предприятия на склад перевозят продукцию автомашинами грузоподъемностью по 5 т и 10 т. За 1 час склад может принять не более 10 машин, при этом не более 8 машин по 5 т и не более 6 машин по 10 т. Сколько машин по 5 т и 10 т нужно отправить с предприятия на склад за 1 час, чтобы перевезти наибольшее количество продукции.

Задача 3.

Вид сырья	Запас сырья, кг	Нормы расхода на одно изделие, кг	
		A	B
I	30	12	14
II	12	4	4
III	25	3	12

Прибыль от реализации одного изделия, д.е.	30	45

Количество изделий В не менее, чем изделий А.

Составить план достижения максимальной прибыли от реализации изделий видов А и В.

Задача 4. Минимизировать целевую функцию $F = 3x_1 + 2x_2 + 4$ при условиях:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \le 13 \\ -3x_1 + x_2 \le 9 \\ x_1 \ge 0;\ x_2 \ge 0 \end{cases}$$

Практическая работа №9. *Уравнение прямой на плоскости и в пространстве.*

Вариант 1.

В треугольнике ABC вершины $A(-3;1)$, $B(2;7)$, $C(5;4)$. Найти: 1) длины стороны AC и медианы AM; 2) величину угла при вершине C треугольника; 3) угол между медианой BD и высотой BF. Составить уравнения: 1) стороны AB;
2) медианы BD; 3) высоты BF треугольника.

Вариант 2.

В треугольнике ABC вершины $A(-5;7)$, $B(7;5)$, $C(-2;-1)$. Найти: 1) длины стороны AB и медианы BD; 2) величину угла при вершине A треугольника; 3) угол между высотой CE и медианой BD. Составить уравнения: 1) стороны BC; 2) высоты CE; 3) медианы BD треугольника.

Вариант 3.

В треугольнике ABC вершины $A(7;9)$, $B(-4;4)$, $C(2;-2)$. Найти: 1) длины стороны AB и медианы AK; 2) величину угла при вершине A треугольника; 3) угол между медианой BM и высотой CE. Составить уравнения: 1) стороны BC; 2) медианы BM; 3) высоты CE треугольника.

Вариант 4.

В треугольнике ABC вершины $A(2;-4)$, $B(-10;-1)$, $C(-6;4)$. Найти: 1) длины стороны AC и медианы BD; 2) величину угла при вершине A треугольника. Составить уравнения: 1) стороны AB; 2) медианы BD; 3) высоты CE. Найти величину угла между высотой CE и медианой BD треугольника.

Практическая работа №10. *Взаимное расположение прямых в пространстве.*

1 вариант

Задание №1. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку A(-2;3) и имеющей нормальный вектор $\vec{n}$=(4;-1).

Задание №2. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку A(1;-3) и имеющей направляющий вектор $\vec{n}$=(4;-1).

Задание №3. Составьте уравнение прямой, проходящей через точки A(-4; 5) и B(5;2).

Задание №4. Постройте график прямой, заданной уравнением: 2x-8y-4=0.

Задание 5. Даны три последовательные вершины параллелограмма A(1;2), B(-1;3),C(-4;-2). Не находя координаты вершины D, найти:

1) уравнение стороны AD;
2) уравнение высоты BK, опущенной из вершины B на сторону AD;
3) длину высоты BK;
4) уравнение диагонали BD;
5) тангенс угла между диагоналями параллелограмма.

Записать общие уравнения найденных прямых. Построить чертеж.

2 вариант

Задание №1. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку A(4;-3) и имеющей нормальный вектор $\vec{n}$=(3;-2).

Задание №2. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку A(3;-3) и имеющей направляющий вектор $\vec{n}$=(-5;-1).

Задание №3. Составьте уравнение прямой, проходящей через точки A(1; -5) и B(3;-2).

Задание №4. Постройте график прямой, заданной уравнением: x+2y+4=0.

Задание №5. Даны три последовательные вершины параллелограмма A(-1;2), B(1;-3),C(4;0). Не находя координаты вершины D, найти:

1) уравнение стороны AD;
2) уравнение высоты BK, опущенной из вершины B на сторону AD;
3) длину высоты BK;
4) уравнение диагонали BD;
5) тангенс угла между диагоналями параллелограмма.

Записать общие уравнения найденных прямых. Построить чертеж.

3 вариант

Задание №1. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку A(-7;1) и имеющей нормальный вектор $\vec{n}$=(-2;-1).

Задание №2. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку A(2;-3) и имеющей направляющий вектор $\vec{n}$=(-5;-1).

Задание №3. Составьте уравнение прямой, проходящей через точки A(3; 5) и B(-5;6).

Задание №4. Постройте график прямой, заданной уравнением: x-3y-3=0.

Задание №5. Даны три последовательные вершины параллелограмма A(-3;2), B(2;3),C(-1;-2). Не находя координаты вершины D, найти:

1) уравнение стороны AD;
2) уравнение высоты BK, опущенной из вершины B на сторону AD;
3) длину высоты BK;
4) уравнение диагонали BD;
5) тангенс угла между диагоналями параллелограмма.

Записать общие уравнения найденных прямых. Построить чертеж.

4 вариант

Задание №1. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку А(1;-7) и имеющей нормальный вектор $\vec{n}$=(9;-1).
Задание №2. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку А(-2;3) и имеющей направляющий вектор $\vec{n}$=(3;-2).
Задание №3. Составьте уравнение прямой, проходящей через точки А(-4; 5) и В(1;6).
Задание №4. Постройте график прямой, заданной уравнением: x+3y-1=0.
Задание №5. Даны три последовательные вершины параллелограмма А(3;-2), В(-4;3),С(-1;6). Не находя координаты вершины D, найти:

1) уравнение стороны AD;
2) уравнение высоты ВК, опущенной из вершины В на сторону AD;
3) длину высоты ВК;
4) уравнение диагонали BD;
5) тангенс угла между диагоналями параллелограмма.

Записать общие уравнения найденных прямых. Построить чертеж.

Практическая работа №11. *Составление уравнений второго порядка по различным условиям.*

1 вариант

Задание. Уравнение второго порядка $2x^2+9y^2-4x+6y+2=0$ путем выделения полного квадрата привести к каноническому виду. Построить кривую, определяемую этим уравнением.

2 вариант

Задание. Уравнение кривой второго порядка $x^2-4y^2+6x+4y-8=0$ путем выделения полного квадрата привести к каноническому виду. Построить кривую.

3 вариант

Задание. Уравнение кривой второго порядка $4y^2-2x+8y-1=0$ путем выделения полного квадрата привести к каноническому виду. Построить кривую.

4 вариант

Задание. Уравнение кривой второго порядка $3x^2+2y^2+6x-8y+5=0$ путем выделения полного квадрата привести к каноническому виду. Построить кривую.

Практическая работа №12. *Составление уравнений второго порядка по различным условиям.*

Вариант 1.

1. Что называется эллипсом?
2. Найти уравнение прямой, проходящей через точку А(1, 2) перпендикулярно вектору $\vec{n}$ (3, -1).

3. Составить уравнение прямой, проходящей через левый фокус и нижнюю вершину эллипса, заданного уравнением: $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

Вариант 2.

1. Что называется гиперболой?
2. Найти уравнение прямой, проходящей через точки A(1, 2) и B(3, 4).
3. Составить уравнение эллипса, если его фокусы $F_1(0;0)$, $F_2(1;1)$, большая ось равна

Вариант 3.

1. Что называется параболой?
2. Найти уравнение прямой с направляющим вектором $\vec{a}$ (1, -1) и проходящей через точку A(1, 2).
3. На параболе $y^2 = 8x$ найти точку, расстояние которой от директрисы равно 4.

Вариант 4.

1. Запишите уравнение окружности.
2. Задано общее уравнение прямой $x - y + 1 = 0$. Найти уравнение этой прямой в отрезках.
3. Составить уравнение гиперболы, если ее эксцентриситет равен 2, а фокусы совпадают с фокусами эллипса с уравнением $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$.

Практическая работа №13. *Основные свойства функций. Графики функций.*

Вариант 1.

1. Найдите $f(5)$, $f(-1)$, $f\left(\frac{1}{3}\right)$, $f(-2{,}1)$, если $f(x)=x^3$.
2. Найдите область определения функции $f(x)=x^2-x$.
3. Установите, является ли функция $f(x)=x+1$ четной, нечетной или не является ни четной, ни нечетной.
4. Найдите точки пересечения графика функции $f(x)=x^3-4x$ с осью $OУ$ и нули функции.

Вариант 2.

1. Найдите $f(5)$, $f(-1)$, $f\left(\frac{1}{3}\right)$, $f(-2{,}1)$, если $f(x)=3x^2-5x+1$.
2. Найдите область определения функции $f(x)=\frac{1}{x-3}$.
3. Установите, является ли функция $f(x)=x^2-5$ четной, нечетной или не является ни четной, ни нечетной.
4. Найдите точки пересечения графика функции $f(x)=1-x^4$ с осью $OУ$ и нули функции.

Вариант 3.

1. Найдите $f(5)$, $f(-1)$, $f\left(\frac{1}{3}\right)$, $f(-2{,}1)$, если $f(x)=x^3-1$.
2. Найдите область определения функции $f(x)=x^2-3x+4$.

3. Установите, является ли функция $f(x)=-x^2$ четной, нечетной или не является ни четной, ни нечетной.
4. Найдите точки пересечения графика функции $f(x)=x^4-x^2$ с осью OY и нули функции.

Вариант 4.

1. Найдите $f(5)$, $f(-1)$, $f\left(\frac{1}{3}\right)$, $f(-2{,}1)$, если $f(x)=3x^2-5x-2$.
2. Найдите область определения функции $f(x)=\dfrac{2x}{x^2-5x+4}$.
3. Установите, является ли функция $f(x)=x^3+x$ четной, нечетной или не является ни четной, ни нечетной.
4. Найдите точки пересечения графика функции $f(x)=1-x^3$ с осью OY и нули функции.

Практическая работа №14. *Вычисление пределов функций с помощью раскрытие неопределённостей.*

Вариант 1

1. Вычислить предел: $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x^2-25}{x-5}$.

2. Вычислить предел: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 4x}{\sin 5x}$.

3. Вычислить предел: $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{x^3+4x-1}{3x^2+x+2}$.

4. Вычислить предел: $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{\sqrt{4x^2+1}-x}{3x+5}$.

5. Вычислить предел: $\lim\limits_{x\to +\infty}(x-\sqrt{x^2-a^2})$.

Вариант 2

1. Вычислить предел: $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{x^2+2x+3}{2x^2+3x+4}$.

2. Вычислить предел: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x+x^2}-1}{x}$.

3. Вычислить предел: $\lim\limits_{\pi/4}\dfrac{\sin 2x-\cos 2x-1}{\cos x-\sin x}$.

4. Вычислить предел: $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{(x^2+1)^{50}}{(x+10)^{100}}$.

5. Вычислить предел: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt[3]{\cos x - 1}}{\sin^2 3x}$.

<u>Вариант 3</u>

1. Вычислить предел: $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{9 - x^2}{\sqrt{3x} - 3}$.

2. Вычислить предел: $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^3 - 1}{\sin(x - 1)}$.

3. Вычислить предел: $\lim\limits_{x \to \infty} (x - \sqrt{x^2 + x + 1}$.

4. Вычислить предел: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{xtgx}{1 - \cos x}$.

5. Вычислить предел: $\lim\limits_{x \to -2} (\dfrac{1}{x + 2} + \dfrac{4}{x^2 - 4})$.

<u>Вариант 4</u>

1. Вычислить предел: $\lim\limits_{x \to 5} \dfrac{x^2 - 25}{x - 5}$.

2.Вычислить предел: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\cos(\alpha + x) - \cos(\alpha - x)}{x}$.

3. Вычислить предел: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin 7x}{\sqrt{1 + x} - 1}$.

4. Вычислить предел: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{xtgx}{1 - \cos x}$.

5. Вычислить предел: $\lim\limits_{x \to \pi/6} \dfrac{1 - 2\sin x}{\pi/6 - x}$.

Практическая работа №15. *Вычисление пределов функций с помощью замечательных пределов.*

1. Вычислить пределы, содержащие тригонометрические функции. ***<u>1 вариант</u>***	***<u>2 вариант</u>***
1. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{5x}{sin\ x}$; 2. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{sin\ 8x}{x}$;	1. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{sin\ x}{10\ x}$; 2. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x}{sin\ 7x}$;

3. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{3x}{sin\ 5x}$; 4. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{sin^2\ 2x}{x^2}$; 5. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{x+3}-\sqrt{3}}{sin\ 5x}$; 6. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{4-tg\ x}-2}{tg\ x}$; 7. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{sin\ 5x+sin\ 3x}{x}$; 8. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{sin(x-2)}{x^2-4}$;	3. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{sin\ 5x}{3x}$; 4. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^2}{sin^3 2x}$; 5. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{x+4}-2}{sin\ 7x}$; 6. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{tg\ x}{\sqrt{tg\ x+9}-3}$; 7. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{tg\ 3x}{x}$; 8. $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{sin(x-4)}{x^2-16}$;
5. Вычислите пределы, путем применения второго замечательного предела.	
1. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{2x}$; 2. $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{\frac{3}{x}}$; 3. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(1+\dfrac{2}{x}\right)^{x}$; 4. $\lim\limits_{x\to 0}(1-4x)^{\frac{1}{x}}$; 5. $\lim\limits_{x\to 0} \left(1+\dfrac{4x}{5}\right)^{\frac{2}{x}}$; 6. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x+5}{x}\right)^{7x}$; 7. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x}{x-3}\right)^{\frac{1}{2x}}$.	1. $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{\frac{2}{x}}$; 2. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{\frac{x}{3}}$; 3. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(1+\dfrac{3}{x}\right)^{x}$; 4. $\lim\limits_{x\to 0}(1-7x)^{\frac{1}{x}}$; 5. $\lim\limits_{x\to 0} \left(1+\dfrac{5x}{6}\right)^{\frac{3}{x}}$; 6. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x-1}{x}\right)^{4x}$; 7. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x}{x+4}\right)^{\frac{1}{2x}}$.

Практическая работа №16. ***Вычисление производных сложных функций.***

1 вариант	
1 уровень сложности	2 уровень сложности
1) Найдите f'(x_0), если: а) f(x)=$(4x+3)^6$, x_0=-1 б) f(x)=2-2cosx, $x_0=\frac{\pi}{6}$ в) f(x)=$\sqrt{x^2-8}$, x_0=3 г) f(x)=$\frac{1}{2}\sin 2x$, $x_0=\frac{\pi}{8}$	1) Найдите f'(x_0), если: а) f(x)=$(3x-5)^3+\frac{1}{(3-x)^2}$, x_0=2 б) f(x)=sin3x-tgx , x_0=0 в) f(x)=$\sqrt{5-4x-x^2}$, x_0=-2 г) f(x)=$x^2\cos\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)$, $x_0=\frac{\pi}{2}$
2) Решите уравнение f'(x)=0, если:	2) Решите уравнение f'(x)=0, если:

а) $f(x)=(x^2-6x+5)^2$ б) $f(x)=cos^2\frac{x}{4}-sin^2\frac{x}{4}$	а) $f(x)=\sqrt{x+\frac{1}{x}}$ б) f(x)=cos5xcos3x+sin5xsin3x-x
3) Найдите производные: а) $f(x)=(x+1)\sqrt{x^2-1}$ б) $f(x)=\ln\frac{x+1}{x}$	3) Решите уравнения (f(g(x)))'=0 и (g(f(x)))'=0 если: $f(x)=x^2-x$ и $g(x)=\frac{1}{x}$
2 вариант	
1 уровень сложности	2 уровень сложности
1) Найдите $f'(x_0)$, если: а) $f(x)=(3x-2)^5$, $x_0=1$ б) $f(x)=4\sin x-x$, $x_0=\frac{\pi}{3}$ в) $f(x)=\sqrt{5-x^2}$, $x_0=-2$ г) $f(x)=\frac{1}{4}\cos 4x$, $x_0=\frac{\pi}{16}$	1) Найдите $f'(x_0)$, если: а) $f(x)=\frac{1}{(2x+7)^4}-(1-x)^3$, $x_0=-3$ б) $f(x)=\cos 4x+\mathrm{ctg}\,x$, $x_0=\frac{\pi}{2}$ в) $f(x)=\sqrt{x^2-8x+12}$, $x_0=4$ г) $f(x)=x\sin\left(\frac{x}{3}+\frac{\pi}{6}\right)$, $x_0=\pi$
2) Решите уравнение f'(x)=0, если: а) $f(x)=(x^2-2x-3)^2$ б) $f(x)=4\sin\frac{x}{8}\cos\frac{x}{8}$	2) Решите уравнение f'(x)=0, если: а) $f(x)=\sqrt{x^3+\frac{243}{x}}$ б) f(x)=sin4xcosx-cos4xsinx+1,5x
3) Найдите производные: а) $f(x)=\frac{\sqrt{x^2-1}}{x}$ б) $f(x)=x^2+e^{2x}$	3) Решите уравнения (f(g(x)))'=0 и (g(f(x)))'=0 если: $f(x)=x^2-4x$ и $g(x)=\sqrt{x}$

Практическая работа №17. *Вычисление производных высших порядков явно заданной функции.*

Вариант 1.

1. Пользуясь формулами и правилами дифференцирования, найдите производные функций:

1) $5x^4-3{,}5x^2+x+6$; 2) $\left(\frac{8}{x}+x^2\right)\sqrt{x}$; 3) $\frac{1+x}{4-x^2}$

4) $f(x)=\sqrt[4]{1+x^2}$; 5) $f(x)=5^{2x}$; 6) $f(x)=\frac{ln\,x}{e^x+e^{-x}}$.

2. Решите уравнение $f'(x)=0$, если $f(x)=\left(4-\sqrt{x}\right)^2$.

3. Решите неравенство $f'(x)>0$, если $f(x)=2x^3-9x^2+12x+5$.

4. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t)=-\frac{1}{3}t^3+2t^2+5t$. Через сколько секунд после начала движения точка остановится?

Вариант 2.

1. Пользуясь формулами и правилами дифференцирования, найдите производные функций:

1) $\frac{5}{x} - x^3 + \sqrt{x} + 3$; 2) $\left(x^2 - 3x - 2\right)\sqrt{x}$; 3) $\frac{1 - x^2}{1 - x^3}$;

4) $f(x) = \frac{1}{(2x-1)^2}$; 5) $f(x) = e^{-3x}$; 6) $f(x) = cos\,5x$.

2. Решите уравнение $f'(x) = 0$, если $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$.

3. Решите неравенство $f'(x) > 0$, если f(x) = $-\frac{1}{3}x^3 + 4x^2 - 7x + 18$.

4. По прямой движутся две материальные точки по законам $x_1(t) = 4t^2 - 3$ и $x_2(t) = t^3$. В каком промежутке времени скорость первой точки больше скорости второй?

Вариант 3.

1. Пользуясь формулами и правилами дифференцирования, найдите производные функций:

1) $0{,}7x^5 - \frac{2}{3}x^3 + 0{,}75x^2 + \frac{1}{10}$; 2) $(x + 2)sin\,x$; 3) $\frac{x^2}{x + 3}$

4) $f(x) = (3 - x)^4$; 5) $f(x) = e^{-x^3}$; 6) $f(x) = 3sin^2\,5x$.

2. Решите уравнение $f'(x) = 0$, если $f(x) = \frac{1}{2}x + cos\,x$.

3. Найдите *x*, при котором $\frac{f'(x)}{g'(x)} = -3$, если $f(x) = \frac{1 + x}{4 - x^2}$, $g(x) = \frac{1}{x^2 - 4}$.

4. Тело движется по прямой согласно закону $x(t) = 3t^2 + t + 0{,}4$. Найдите скорость и ускорение точки в момент времени $t_0 = 2$.

Вариант 4.

1. Пользуясь формулами и правилами дифференцирования, найдите производные функций:

1) $2x^{10} + 0{,}05x^4 - \frac{1}{7}x + 0{,}3$; 2) $\sqrt{x} \cdot ln\,x$; 3) $\frac{sin\,x}{2 - x^3}$;

4) $f(x) = (ln(2x + 1))^6$; 5) $f(x) = \left(3x^3 + x^7\right)^5$; 6) $f(x) = \left(x^2 + 4\right) \cdot e^{-x^2}$.

2. Решите уравнение $f'(x)=0$, если $f(x)=-\frac{x^5}{5}+\frac{10x^3}{3}-9x$.

3. Решите неравенство $f'(x)>0$, если $f(x)=-6x^2+7x-23$.

4. Тело движется по прямой согласно закону $x(t)=t^3-2t+5$. Найдите скорость и ускорение точки в момент времени $t_0=4$.

Практическая работа №18.*Исследование функции с помощью производной*

Вариант 1

1. Исследовать функцию на экстремум, найти точки перегиба, асимптоты и построить график

функции **y = f(x),** если:

а) $y=x^3-3x^2+4;$ б) $f(x)=\frac{x^2}{2x+3};$

2. Зависимость пути от времени при прямолинейном движении задана уравнением **S = S(t)**.

Найти максимальную скорость движения тела и момент времени, когда она будет достигнута, если:

$$S=-\frac{1}{3}t^3+8t^2-8t-5 \quad \text{(м)};$$

3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции **y = f(x)** на отрезке $x\in[a;b]$, если:

$f(x)=x^3-9x^2+15x-16;$ $x\in[0;6];$

Вариант 2

1. Исследовать функцию на экстремум, найти точки перегиба, асимптоты и построить график

функции **y = f(x),** если:

а) $y=\frac{1}{3}x^3-x^2-3x+\frac{1}{3};$ б) $f(x)=\frac{x^2-1}{3x-5};$

2. Зависимость пути от времени при прямолинейном движении задана уравнением **S = S(t)**.

Найти максимальную скорость движения тела и момент времени, когда она будет достигнута, если:

$$S=-\frac{1}{3}t^3+3t^2+15 \quad \text{(м)};$$

3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции **y = f(x)** на отрезке $x\in[a;b]$, если:

$f(x)=x^3+3x^2-45x+8;$ $x\in[-6;5];$

Вариант 3

1. Исследовать функцию на экстремум, найти точки перегиба, асимптоты и построить график функции **y = f(x),** если:

а) $y = -x^3 + 3x^2 - 2;$ б) $f(x) = \dfrac{x^2 - 1}{x + 3};$

2. Зависимость пути от времени прямолинейном движении задана уравнением **S = S(t)**. Найти
максимальную скорость движения тела и момент времени, когда она будет достигнута, если:

$$S = -\frac{1}{6}t^3 + 2t^2 + 3t + 5 \quad (\text{м});$$

3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции **y = f(x)** на отрезке $x \in [a;b]$, если:
$f(x) = x^3 - 48x^2 + 6;$ $x \in [-1;5];$

Вариант 4

1. Исследовать функцию на экстремум, найти точки перегиба, асимптоты и построить график функции **y = f(x),** если:

а) $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 3;$ б) $f(x) = \dfrac{x^2 + 2}{2x - 1};$

2. Зависимость пути от времени при прямолинейном движении задана уравнением **S = S(t)**.
Найти максимальную скорость движения тела и момент времени, когда она будет достигнута, если:

$$S = -t^3 + 6t^2 + 24t - 5 \quad (\text{м});$$

3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции **y = f(x)** на отрезке $x \in [a;b]$, если:
$f(x) = -x^3 + 9x^2 + 48x + 5;$ $x \in [-3;10];$

Практическая работа №19. *Интегрирование заменой переменных и по частям.*

Вариант 1:

1. Методом непосредственного интегрирования вычислить:

а) $\int (5x^4 - 7x + 3)dx$ б) $\int \dfrac{v^6 - v}{3v} dv$ в) $\int (5^x - 2x)dx$

г) $\int \left(\sin x - \dfrac{6}{x} \right) dx$ д) $\int \left(\dfrac{5}{\cos^2 x} + \dfrac{4}{\sqrt{1 - x^2}} \right) dx$

2. Методом подстановки вычислить:

а) $\int (7 + 3x)^5 dx$ б) $\int 3\sin 5x dx$ в) $\int \dfrac{5dx}{1 + 9x^2}$ г) $\int \sqrt{e^x - 1} \cdot e^x dx$ д) $\int \dfrac{3dx}{1 + 2x}$

Вариант 2:

1. Методом непосредственного интегрирования вычислить:

а) $\int (4x^3 + 3x^2 - 2x - 8)dx$ б) $\int \frac{2v - 3v^3}{5v} dv$ в) $\int (3^x + 3x^2)dx$

г) $\int \left(\cos x + \frac{3}{x} \right) dx$ д) $\int \left(\frac{3}{\sin^2 x} - \frac{2}{1 + x^2} \right) dx$

2. Методом подстановки вычислить:

а) $\int (5 - 4x)^6 dx$ б) $\int 7\cos 6x dx$ в) $\int \frac{4dx}{3 - 4x}$ г) $\int \frac{7dx}{\sqrt{1 - 16x^2}}$ д) $\int \frac{e^x dx}{e^x + 1}$

Вариант 3:

1. Методом непосредственного интегрирования вычислить:

а) $\int (2x^4 + 3x - 5)dx$ б) $\int \frac{4v + v^2}{v} dv$ в) $\int (x^2 - 2^x)dx$

г) $\int \left(\frac{3}{\sqrt{1 - x^2}} - \frac{8}{\sin^2 x} \right) dx$ д) $\int \left(\frac{4}{x} - 9\sin x \right) dx$

2. Методом подстановки вычислить:

а) $\int (2 - 7x)^4 dx$ б) $\int 6\cos 2x dx$ в) $\int \frac{5dx}{3 - 4x}$ г) $\int \frac{2dx}{1 + 16x^2}$ д) $\int e^x \cos(e^x) dx$

Вариант 4:

1. Методом непосредственного интегрирования вычислить:

а) $\int (5x^5 - 6x^3 + 1)dx$ б) $\int \frac{v - 2v^3}{v^2} dv$ в) $\int (4^x - 3x + 5)dx$

г) $\int \left(\frac{4}{1 + x^2} - \frac{7}{\cos^2 x} \right) dx$ д) $\int \left(\frac{7}{x} + 6\cos x \right) dx$

2. Методом подстановки вычислить:

а) $\int (2x - 9)^3 dx$ б) $\int 11\sin 3x dx$ в) $\int \frac{9dx}{4x - 5}$ г) $\int \frac{7dx}{\sqrt{1 - 36x^2}}$ д) $\int e^x \sin(e^x) dx$

Практическая работа №20. *Интегрирование рациональных функций.*

<u>**Вариант 1**</u> Найти неопределенный интеграл:	<u>**Вариант 2**</u> Найти неопределенный интеграл:

1) $\int\left(2x^3-6x+8\right)dx$

2) $\int x^3\cdot e^{x^4-7}dx$

3) $\int\frac{2\cdot\sqrt[3]{x^2}}{7x\cdot\sqrt{x}}dx$

4) $\int\sin^8 x\cdot\cos x\,dx$

5) $\int x\cdot\sqrt{2x^2+1}dx$

6) $\int\left(3x-4\right)\cdot\ln x\,dx$

7) $\int\frac{x^2dx}{5-2x^3}$

8) $\int\frac{3xdx}{\sin^2\left(5-2x^2\right)}$

9) $\int x\cdot\left(3x^2-4\right)^3dx$

10) $\int\cos^2 4x\,dx$

11) $\int\frac{7x^6-5x+3}{2x^2}dx$

12) $\int\frac{3+\sin^2 x}{\sin^2 x}dx$

13) $\int e^x\cdot\left(3+x\right)dx$

14) $\int\cos 2x\,dx$

1) $\int\left(4x^2-3x+5\right)dx$

2) $\int\frac{2dx}{\cos^2\left(1-4x\right)}$

3) $\int\frac{6x^2\cdot\sqrt{x}}{5\cdot\sqrt[3]{x}}dx$

4) $\int\sin x\cdot\left(1+\cos x\right)^2dx$

5) $\int\frac{2xdx}{\sin^2\left(x^2-5\right)}$

6) $\int\left(4-x\right)\cdot e^x\,dx$

7) $\int\frac{x\cdot\cos x+1}{5x}dx$

8) $\int\sqrt[5]{\left(5-6x\right)^3}dx$

9) $\int\frac{7-3x^2+6x^5}{3x^3}dx$

10) $\int\frac{\ln x}{x^2}dx$

11) $\int\left(6\sqrt{x}-\frac{7}{\sqrt{x}}+\frac{2}{\sqrt[3]{x^2}}\right)dx$

12) $\int\cos^2 6x\,dx$

13) $\int x^2\cdot e^{-x^3+4}dx$

14) $\int\frac{dx}{\left(1+x^2\right)\cdot arctgx}$

Вариант 3

Найти неопределенный интеграл:

1) $\int\left(4-2x-3x^2-7x^3\right)dx$

2) $\int\frac{7\cdot\sqrt[3]{x^2}}{x\cdot\sqrt{x}}dx$

3) $\int\frac{x^3dx}{2x^4-3}$

4) $\int\sin^6 x\cdot\cos x\,dx$

5) $\int 2x\cdot\sin\left(x^2+1\right)dx$

6) $\int\left(2x-5\right)\cdot e^{-3x}\,dx$

7) $\int\sqrt[3]{\left(2x-7\right)^2}dx$

8) $\int e^{x^2-4}\cdot x\,dx$

9) $\int e^{tg\,x}\cdot\frac{dx}{\cos^2 x}$

10) $\int\frac{dx}{x\cdot\ln x}$

11) $\int x\cdot\sin x\,dx$

12) $\int\frac{3x^4-2x^2+7}{3x^3}dx$

13) $\int\sin^2 7x\,dx$

14) $\int\left(5x-1\right)^3dx$

Вариант 4

Найти неопределенный интеграл:

1) $\int\left(7+3x^2-5x^4-6x\right)dx$

2) $\int\frac{3\cdot\sqrt[3]{x}}{5x^2\cdot\sqrt{x}}dx$

3) $\int\left(7+8x^3\right)^2\cdot x^2dx$

4) $\int x\cdot\cos\frac{x}{2}dx$

5) $\int\left(6x^2+1\right)\cdot\ln x\,dx$

6) $\int\frac{\sin^2 x-2}{7\sin^2 x}dx$

7) $\int\frac{4x^4-2x^3+6x}{7x^4}dx$

8) $\int\frac{xdx}{\sqrt[3]{\left(x^2+1\right)^2}}$

9) $\int e^{2\sin x-1}\cdot\cos x\,dx$

10) $\int 2x\left(x^2-5\right)^3dx$

11) $\int\frac{\cos x\,dx}{7-3\sin x}$

12) $\int\frac{dx}{\left(5+3x\right)^2}$

13) $\int\frac{\sqrt[3]{x}+x^2\sqrt{x}-\sqrt{x}}{x\cdot\sqrt{x}}dx$

14) $\int e^{3x+5}\,dx$

Практическая работа №21. ***Вычисление определённых интегралов. Вычисление несобственных интегралов.***

Вариант 1:

1. Вычислить методом непосредственного интегрирования следующие определенные интегралы:

1) $\int_{-\frac{n}{3}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x}$ 2) $\int_{-1}^{1} 3(1+z^2)dz$

2. Вычислить следующие интегралы методом подстановки:

3) $\int_{-2}^{1} (5-2x)^2 dx$ 4) $\int_{0}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{3-\cos x} dx$ 5) $\int_{0}^{1} e^{x^2} x dx$

Вариант 2:

1. Вычислить методом непосредственного интегрирования следующие определенные интегралы:

1) $\int_{-\frac{n}{2}}^{-\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\sin^2 x}$ 2) $\int_{-1}^{1} 5(y^2+1)dy$

2. Вычислить следующие интегралы методом подстановки:

3) $\int_{2}^{3} (2x-1)^2 dx$ 4) $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{2+\sin x} dx$ 5) $\int_{0}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} 3e^{x^3} x^2 dx$

Вариант 3:

1. Вычислить методом непосредственного интегрирования следующие определенные интегралы:

1) $\int_{0}^{1} \frac{dx}{1+x^2}$ 2) $\int_{0}^{2} 4(x-x^3)dx$

2. Вычислить следующие интегралы методом подстановки:

3) $\int_{4}^{5} (4-x)^3 dx$ 4) $\int_{0}^{\frac{\pi}{12}} \frac{dx}{\cos^2 3x}$ 5) $\int_{0}^{\frac{n}{2}} \sqrt{3\sin x+1} \cos x dx$

Вариант 4:

1. Вычислить методом непосредственного интегрирования следующие определенные интегралы:

1) $\int\limits_{-1}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$ 2) $\int\limits_{-2}^{0} 2(x^3 - x)dx$

2. Вычислить следующие интегралы методом подстановки:

3) $\int\limits_{-1}^{2} \left(x^2 - 1\right)^3 x dx$ 4) $\int\limits_{\frac{n}{18}}^{\frac{\pi}{9}} \frac{dx}{\sin^2 3x} dx$ 5) $\int\limits_{\frac{3}{2}\pi}^{2\pi} \sqrt{1-\cos x} \sin x dx$

Практическая работа №22. *Вычисление площадей плоских фигур с помощью определённых интегралов.*

<u>Вариант 1</u>

1. Вычислить работу, совершенную при сжатии пружины на 8 см, если для сжатия ее на 1 см нужно приложить силу в 10 Н .

2. Скорость точки, движущейся прямолинейно, задана уравнением $v=3t^2-2t-1$,м/с. Вычислить путь, пройденный точкой за 5 секунд после начала движения.

3.Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми, заданными уравнениями:

а) $y=x^2-2x+2$; $x=-1$; $x=2$, $y=0$.

б) $y= x^2-8x+16$; $y= 6-x$.

в) $2x-x^2-y=0$; $y=0$.

<u>Вариант 2</u>

1.Вычислить работу, совершенную при растяжении пружины на 6 см, если для сжатия ее на 3 см нужно приложить силу 15 Н.

2.Скорость точки, движущейся прямолинейно, задана уравнением $v=24t-6t^2$¸ м/с. Вычислить путь, пройденный точкой от начала движения до ее остановки.

3.Найти площадь фигуры, ограниченный кривыми, заданными уравнениями:

а) $y= x^2-2x+1$; $2x-y-2=0$.

б) $y= x^2-6x+9$; $3x-y-9=0$.

в) $y= x^2$, $y= -3x$.

<u>Вариант 3</u>

1. Вычислить работу, совершенную при сжатии пружины на 6 см, если для растяжения ее на 1 см нужно приложить силу в 10 Н.

2. Скорость точки, движущийся прямолинейно, задана уравнением $v=18t-6t^2$, см/с. Вычислить путь , пройденный точкой от начала движения до остановки.

3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y= -x^2+6x-5$ и $y=0$;
б) $y=0{,}25x^3$ и $y=2x$
в) $y= -x^2+4$ и $y=0$;

<u>Вариант 4</u>

1. Груз весом 100 Н растянул пружину на 2 см. Какую работу нужно совершить, чтобы растянуть пружину от длины 20см до длины 30см, если ее длина в спокойном состоянии 15см.

2. Скорость точки, движущейся прямолинейно, задана уравнением $v=6t^2-4t-10$, см /с. Вычислить путь, пройденный точкой за 4с от начала движения.

3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y=x^2$ и $y=2x+3$;

б) $x^2+4y=0$ и $x+y=0$;

в) $y= x^2-2x+3$ и $y=x+3$.

Практическая работа №23. ***Решение дифференциальных уравнений первого порядка с разделяющимися переменными.***

Вариант 1:

1. Найти общее решение дифференциальных уравнений:

   а) $(x+1)ydx = dy$;

   б) $(y-1)^2 dx + (1-x)^3 dy = 0$;

2. Решить задачу Коши (найти частные решения дифференциальных уравнений):

$$\text{а)} \begin{cases} x^2 dy = y^2 dx \\ y = 0{,}25 \quad \textit{при} \quad x = 0{,}1 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 3ő\sqrt[3]{ó}dx + \left(1 - ő^2\right)dy = 0 \\ y = 1 \quad ďđč \quad ő = 0 \end{cases}$$

Вариант 2:

1. Найти общее решение дифференциальных уравнений:

   а) $2xdx = 3y^2 dy$;

   б) $x\sqrt{9-y^2}\,dx - y\left(4+x^2\right)dy = 0$

2. Решить задачу Коши (найти частное решение дифференциальных уравнений):

$$\text{а)} \begin{cases} \dfrac{dy}{3x} - \dfrac{dx}{2y} = 0 \\ y = 5 \quad \textit{при} \quad x = 4 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} ydx - \left(4+x^2\right)\ln y dy = 0 \\ y = 1 \quad \textit{при} \quad x = 2 \end{cases}$$

Вариант 3:

1. Найти общее решение дифференциальных уравнений

   а) $x^3 dy - y^3 dx = 0$;

   б) $\cos x \cos y dx - \sin x \sin y dy = 0$;

2. Решить задачу Коши (найти частное решение дифференциальных уравнений):

$$\text{а)} \begin{cases} y' = \dfrac{y}{2\sqrt{x}} \\ y = e^2 \textit{при} \quad x = 9 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} y^2 dx = e^x dy \\ y = 1, \textit{если} \quad x = 0 \end{cases}$$

Вариант 4:

1. Найти общее решение дифференциальных уравнений:

   а) $y' = x^2 y - x^2$;

   б) $\sin^2 y \cdot ctgx dx + \cos x \cdot tgy dy = 0$;

2. Решить задачу Коши (найти частное решение дифференциальных уравнений):

$$\text{а)} \begin{cases} y'\sqrt{x} = 1 + y^2 \\ y = 0 \quad \textit{при} \quad x = 4 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} (1+x)ydx + (1-y)xdy = 0 \end{cases}$$

Практическая работа №25. ***Решение линейных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.***

Вариант 1:

1.Найти общее решение дифференциального уравнения: $y^{//} = \frac{1}{x^2}$.

2.Решить задачу Коши: $\begin{cases} y^{//} = \sin x; \\ y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \pi, \ y^{/}\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2. \end{cases}$

3. Ускорение тела, движущегося прямолинейно, изменяется по закону $a(t) = 12t - 1$ (ускорение - *м/с²*, время - *сек*). Начальное положение тела $x(0) = 0$ и начальная скорость $v(0) = 10 м/с$. Найти закон движения тела и путь, пройденный за 3 секунды;

4. Найти общее дифференциального уравнения: $y^{//} - 2y^{/} + 5y = 0$.

5 .Решить задачу Коши: $\begin{cases} y^{//} - 10y^{/} + 16y = 0; \\ y = 4; y^{/} = 26, \quad при \quad x = 0. \end{cases}$

6. Решить задачу Коши: $\begin{cases} y^{//} - 8y^{/} + 20y = 0; \\ y = 2; y^{/} = 8, \quad при \quad x = 0. \end{cases}$

Вариант 2:

1.Найти общее решение дифференциального уравнения: $y^{//} = x^2 + 1$

2.Решить задачу Коши: $\begin{cases} y^{//} = -3cosx; \\ y(\pi) = 5\pi, y^{/}(\pi) = 5. \end{cases}$

3. Из семейства интегральных кривых уравнения $y'' = 12x^2$ выделить ту, которая в точке(1;1) имеет касательную с угловым коэффициентом, равным 4;

4.Найти общее решение дифференциального уравнения: $y^{//} - 10y^{/} + 9y = 0$.

5.Решить задачу Коши: $\begin{cases} y^{//} - 4y^{/} - 5y = 0; \\ y = 3, y^{/} = -9, при \ x = 0. \end{cases}$

6. Решить задачу Коши: $\begin{cases} y^{//} - 6y^{/} + 25y = 0; \\ y = 2; y^{/} = 10, \quad при \quad x = 0. \end{cases}$

Вариант 3:

1.Найти общее решение дифференциального уравнения: $y^{//} = \sin x + 1$.

2.Решить задачу Коши: $\begin{cases} y^{//} = \frac{1}{2\sqrt{x}}; \\ y(1) = \frac{2}{3}; y^{/}(1) = 2. \end{cases}$

3. Из семейства интегральных кривых уравнения $y'' = 6(1-x)$ выделить ту, которая в точке (1; 5) имеет касательную с углом наклона к оси OX, равным $\frac{\pi}{4}$.

4.Найти общее решение дифференциального уравнения: $y'' - 7y' + 12y = 0$.

5.Решить задачу Коши: $\begin{cases} y'' + 4y' - 32y = 0; \\ y = 8,\ y' = -4,\ при\ x = 0. \end{cases}$

6.Решить задачу Коши: $\begin{cases} y'' + 8y' + 25y = 0; \\ y = 5;\ y' = 4, \quad при \quad x = 0. \end{cases}$

Вариант 4:

1.Найти общее решение дифференциального уравнения:

$$y'' = 60x^2 - 4x + 2.$$

2.Решить задачу Коши: $\begin{cases} y'' = x^3 + 3; \\ y(1) = -2{,}45;\ y'(1) = 2{,}25. \end{cases}$

3. Ускорение тела, движущегося прямолинейно, изменяется по закону $a(t) = 6t - 4$ (ускорение - *м/с*^{2}, время - *сек*). Найти закон движения тела и путь, пройденный за 5секунд; если через 2 секунды после начала движения $v = 6м/с,\ s = 5м$;

4.Найти общее решение дифференциального уравнения: $y'' - 9y = 0$.

5.Решить задачу Коши: $\begin{cases} y'' + 3y' - 10y = 0; \\ y = 2,\ y' = -3,\ при \quad x = 0. \end{cases}$

6. Решить задачу Коши: $\begin{cases} y'' + 4y' + 20y = 0; \\ y = 3;\ y' = 2, \quad при \quad x = 0. \end{cases}$

Практическая работа №26. ***Вычисление частных производных и дифференциалов функций нескольких переменных.***

Вариант 1.

1. Найти частные производные первого порядка от функции: $z = arctg\,\frac{y}{x}$.
2. Найти частные производные второго порядка от функции: $z = x^2y^3 + x^3y$.
3. Найти дифференциал функции: $z = \sin(xy^2)$.

Вариант 2.

1. Найти частные производные первого порядка от функции: $z = \frac{xy}{x+y}$.
2. Найти частные производные второго порядка от функции: $z = x^4 + 4x^2y^3 + 7xy + 1$.
3. Найти дифференциал функции: $z = \ln(x + 5y^2)$.

Вариант 3.

1. Найти частные производные первого порядка от функции: $z = x^2 \sin y$.
2. Найти частные производные второго порядка от функции: $z = \sin(3x - 2y)$.
3. Найти дифференциал функции: $z = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$.

Вариант 4.

1.Найти частные производные первого порядка от функции: $z = e^{xy}$.
2. Найти частные производные второго порядка от функции: $z = \cos(3x - 2y)$.
3. Найти дифференциал функции: $z = \frac{2x}{\sqrt{x^2 + y}}$.

Практическая работа №27. ***Вычисление двойных интегралов.***

Вариант 1

1. Найти частные производные от функции: $z = \frac{y}{x}$.
2. Найти дифференциал функции: $z = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$.

3. Вычислить двойной интеграл по прямоугольнику D: $\iint\limits_D xydxdy, 3 \le x \le 5, 0 \le y \le 1$.

4. Вычислить двойной интеграл по области G: $\iint\limits_G (x-y)dxdy, x=0, y=0, x+y=2$.

Вариант 2

1. Найти частные производные от функции: $z = e^{xy}$.
2. Найти дифференциал функции: $z = \ln(x+5y^2)$.
3. Вычислить двойной интеграл по прямоугольнику D: $\iint\limits_D xy^2dxdy, 2 \le x \le 4, 0 \le y \le 1$.
4. Вычислить двойной интеграл по области G: $\iint\limits_G xydxdy, x=0, y=0, y=x, x=1$

Вариант 3

1. Найти частные производные от функции: $z = \sin(3x-2y)$.
2. Найти дифференциал функции: $z = \ln(3x+y^2)$.
3. Вычислить двойной интеграл по прямоугольнику D: $\iint\limits_D (x-y)dxdy, 1 \le x \le 4, 1 \le y \le 3$.
4. Вычислить двойной интеграл по области G: $\iint\limits_G xydxdy, y=x^2, y^2=x$.

Вариант 4

1. Найти частные производные от функции: $z = x^4 + 4x^2y^3 + 7xy + 1$.
2. Найти дифференциал функции: $z = \sin(xy^2)$.
3. Вычислить двойной интеграл по прямоугольнику D: $\iint\limits_D (x+y^2)dxdy, 2 \le x \le 3, 1 \le y \le 2$.
4. Вычислить двойной интеграл по области G: $\iint\limits_G (x+y)dxdy, 0 \le y \le \pi, 0 \le x \le \sin y$.

Практическая работа №28. *Решение задач на приложения двойных интегралов*

1 вариант

1. Вычислите двойные интегралы по заданной области, предварительно построив область интегрирования:

   а) $\iint_D xydxdy$, где D: x=0, y=0, x=2, y=x^2

   б) $\iint_D (8xy + 18xy^3)dxdy$, где D: x=1, y=$-\sqrt{x}$, y=$2x^2$.

2. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x^2 - 6x + 9$, $4x - y - 12 = 0$.

2 вариант

1. Вычислите двойные интегралы по заданной области, предварительно построив область интегрирования:

а) $\iint_D 2xydxdy$, где D: x=0, y=0, x=3, y=x

б) $\iint_D (4xy+8x^2y)dxdy$, где D: x=4, y=$-\sqrt{x}$, y=x.

2. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x^2 + 4x$, $y = x + 4$.

3 вариант

1. Вычислите двойные интегралы по заданной области, предварительно построив область интегрирования:

а) $\iint_D xydxdy$, где D: x=0, y=0, x=1, y=x^2

б) $\iint_D (3x+4xy)dxdy$, где D: x=0, y=x, y=0, $x = 2$.

2. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = 9 - x^2$, $y = 0$.

4 вариант

1. Вычислите двойные интегралы по заданной области, предварительно построив область интегрирования:

а) $\iint_D x^2ydxdy$, где D: x=1, y=0, x=4, y=x^2

б) $\iint_D (8xy+4xy^2)dxdy$, где D: x=2, y=$-\sqrt{x}$, y=x.

2. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x^2 - 2x + 3$, $y = 0$, $x = 0$, $x =$

Практическая работа №29. ***Исследование сходимости рядов.***

Вариант 1:

1.Написать первые пять членов ряда по заданному общему члену:

$a_n = \dfrac{1}{4n^2+1}; б) a_n = \dfrac{2^n}{n!}.$

2.Найти формулу общего члена ряда:

$а) 2+4+8+16+...; б) \dfrac{1}{7}+\dfrac{1}{8}+\dfrac{1}{9}+\dfrac{1}{10}+...$

3.Установить расходимость ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n+1}{2n+4}$ с помощью следствия из необходимого признака.

4.Используя признак Даламбера, исследовать на сходимость ряд:

$а) \sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{n!}; б) \sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{3^n}{2n}.$

5.Используя признак Лейбница, исследовать на сходимость ряд:

$а) 1-\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{9}-\dfrac{1}{27}+...; б) 1-\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{25}-\dfrac{1}{125}+...$

Вариант 2:

1.Написать первые пять членов ряда по заданному общему члену:

$$а) a_n = \frac{2n+1}{n^2}; \qquad б) a_n = \frac{n}{(n+1)\cdot 2^n}.$$

2.Найти формулу общего члена ряда:

$$а) \frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{24}+....; \qquad б) 1+\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\frac{1}{27}+...$$

3.Установить расходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3n-1}{2n+1}$ с помощью следствия из необходимого признака.

4.Используя признак Даламбера, исследовать на сходимость ряд:

$$а) \sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{n\cdot 2^n}; \qquad б) \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{5^n}.$$

5.Используя признак Лейбница, исследовать на сходимость ряд:

а) $1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+...;$ б) $1-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{8}+...$

Вариант 3:

1.Написать первые пять членов ряда по заданному общему члену:

$$а) a_n = \frac{2n+1}{3^n}; \qquad б) a_n = \frac{n!}{n+1}.$$

$$а) \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\cdot\frac{2n}{3n-1}; \qquad б) 1+\frac{1}{2!}-\frac{1}{3!}+\frac{1}{4!}-\frac{1}{5!}+....$$

Вариант 4:

1.Написать первые пять членов ряда по заданному общему члену:

$$а) a_n = \frac{1}{(2n-1)\cdot 3^{n-1}}; \qquad б) a_n = \frac{n}{2^n(n^2+1)}.$$

2.Найти формулу общего члена ряда:

$$а) 1+\frac{2}{3}+\frac{3}{5}+\frac{4}{7}+....;$$

$$б) 5+25+125+...$$

3.Установить расходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{(n+1)}$ с помощью следствия из необходимого признака.

4.Используя признак Даламбера, исследовать на сходимость ряд:

$$а) \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{7^n}; \qquad б) \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+1}{2^n}.$$

5.Используя признак Лейбница, исследовать на сходимость ряд:

а) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\cdot\frac{1}{n^2+2}$; б) $1-\frac{2}{3}+\frac{3}{5}-\frac{4}{7}+\ldots$

Практическая работа №30. ***Нахождение радиуса и области сходимости степенного ряда. Разложение элементарных функций в ряд Тейлора.***

Вариант 1:

1.Найти область сходимости заданного степенного ряда.

$$1-4x+4^2x^2-\ldots+(-4)^n x^n+\ldots$$

2. Разложить в ряд Маклорена

$$f(x)=e^{6x}$$

3. Вычислить $\int_0^{1/5}\sqrt{1+x^3}\,dx$ с точностью до 0,0001

Вариант 2:

1.Найти область сходимости заданного степенного ряда

$$x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^2}{3}-\ldots+(-1)^{n-1}\frac{x^n}{n}+\ldots$$

2. Разложить в ряд Маклорена

$$f(x)=e^{-x}$$

3. Вычислить $\int_0^{1/2}\cos\sqrt{x}\,dx$ с точностью до 0,001

Вариант 3:

1.Найти область сходимости заданного степенного ряда

$$(x-2)+\frac{(x-2)^2}{\sqrt{2}}+\frac{(x-2)^3}{\sqrt{3}}+\ldots+\frac{(x-2)^n}{n}+\ldots$$

2.Разложить в ряд Маклорена

$$f(x)=\sin 3x$$

3.Вычислить $\int_0^{1/5}\sqrt{1+x^3}\,dx$ с точностью до 0,0001

Вариант 4:

1.Найти область сходимости заданного степенного ряда

$$\frac{x}{2!}-\frac{x^2}{4!}-\frac{x^3}{6!}-\ldots+(-1)^{n-1}\frac{x^n}{(2n)!}=\ldots$$

2.Разложить в ряд Маклорена

$$f(x)=\cos\frac{x}{2}$$

3.Вычислить

$\int_0^{0,1}\frac{\ln(1+x)}{x}dx$ с точностью до 0,0001